

שאלה 1 · תכנון ליניארי עם פרמטר ברווח: מתי הקודקוד הפנימי אופטימלי

מפעל מייצר שני סוגים של מטענים: מטען קטן ומטען גדול. כל מטען עובר בשתי מכונות, A ו-B. במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את מכונה A במשך 20 שעות לכל היותר ואת מכונה B במשך 30 שעות לכל היותר.

מטען קטן	זמן במכונה A (בשעות)	זמן במכונה B (בשעות)
1	2	1
מטען גדול	1	3

נסמן ב- x את מספר המטענים הקטנים וב- y את מספר המטענים הגדולים במחזור ייצור אחד.

הרווח מכל מטען קטן הוא 300 שקלים, והרווח מכל מטען גדול הוא p שקלים ($p > 0$).

א. כתבו את מערכת האילוצים, ומצאו את קודקודי התחום האפשרי.

ב. הביעו באמצעות p את הרווח בכל אחד מקודקודי התחום האפשרי.

ג. עבור אילו ערכים של p ייצור של 6 מטענים קטנים ו-8 מטענים גדולים מביא לרווח מקסימלי?

ד. הרווח המקסימלי שהמפעל יכול להשיג במחזור ייצור אחד הוא 7,800 שקלים. מצאו את p , ואת מספר המטענים מכל סוג שהמפעל מייצר כדי להשיג רווח זה.

שאלה 2 · תכנון ליניארי: תפריט מזון לכלבה

נועה מאכילה את הכלבה שלה בשני סוגי מזון בלבד: מנות מזון יבש ומנות מזון רטוב. בטבלה שלפניכם נתונים מספר הקלוריות וכמות הסיבים התזונתיים במנה של כל סוג מזון.

סוג המנה	מספר הקלוריות	כמות הסיבים התזונתיים (בגרם)
מנת מזון יבש	60	6
מנת מזון רטוב	120	9

הוטרנר קבע שהכלבה צריכה לקבל ביום אחד 1,200 קלוריות לכל היותר, ו-36 גרם סיבים תזונתיים לפחות.

סמנו ב- x את מספר מנות המזון היבש וב- y את מספר מנות המזון הרטוב.

א. כתבו את מערכת האילוצים של הבעיה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי של הבעיה.

המחיר של מנת מזון יבש הוא 3 שקלים, והמחיר של מנת מזון רטוב הוא 5 שקלים.

ג. כתבו את פונקציית המטרה.

נועה רוצה שהכלבה תקבל את מה שקבע הוטרנר, ולשלם בעבור המזון את המחיר הנמוך ביותר.

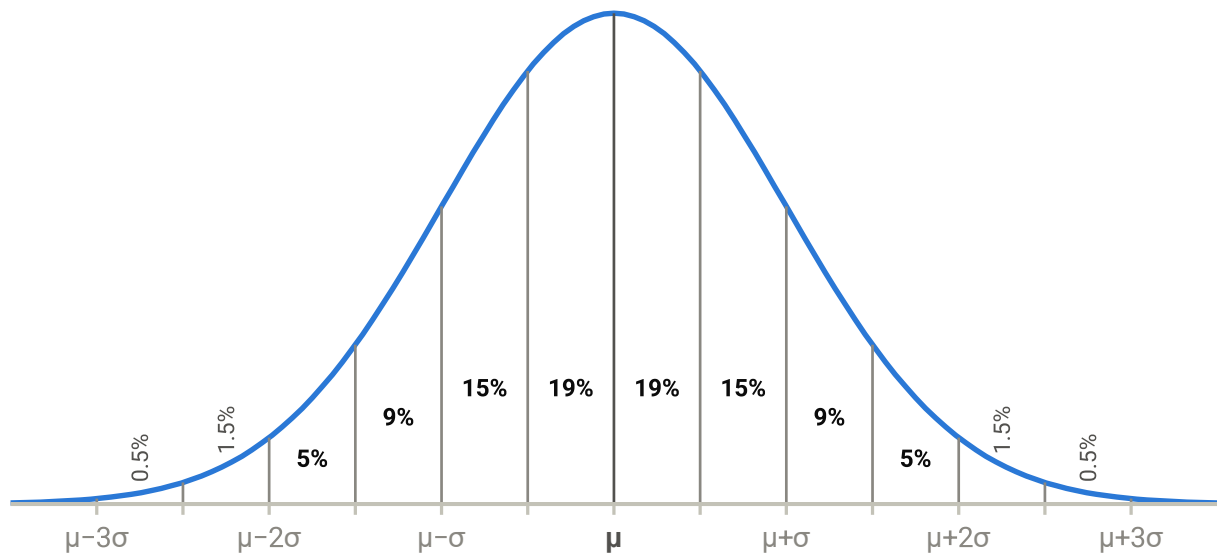
ד. מצאו כמה מנות מזון יבש וכמה מנות מזון רטוב נועה צריכה לתת לכלבה ביום אחד.

המחיר של מנת מזון יבש עלה, וכעת מחירה 4 שקלים. המחיר של מנת מזון רטוב נשאר ללא שינוי.

ה. האם חל שינוי בכמות מנות המזון היבש ובכמות מנות המזון הרטוב שנועה צריכה לתת לכלבה ביום אחד כדי לשלם בעבור המזון את המחיר הנמוך ביותר? נמקו.

שאלה 3 · התפלגות נורמלית: ממוצע וסטיית תקן משני אחוזים

משך השיחות במוקד שירות מתפלג נורמלית. 2% מהשיחות ארוכות מ-14 דקות, ו-31% מהשיחות קצרות מ-6.5 דקות. לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות. השתמשו בו בחישוביכם.



- א. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של משך השיחות.
- ב. שיחה שציון התקן שלה בין -1 ל-1.5 נחשבת "רגילה". מהו טווח המשך של שיחה רגילה, ואיזה אחוז מהשיחות רגילות?
- ג. ביום מסוים היו במוקד 18 שיחות שנמשכו פחות מ-2 דקות. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה שיחות היו במוקד באותו יום?
- ד. במוקד שירות אחר משך השיחות מתפלג נורמלית עם ממוצע 9 דקות וסטיית תקן 1.5 דקות. שיחה שנמשכה 11.5 דקות התקיימה בכל אחד מהמוקדים. באיזה מוקד השיחה הזו ארוכה יותר ביחס לשאר השיחות במוקד? נמקו.

שאלה 4 · מודל ריבועי: סילון מים במזרקה

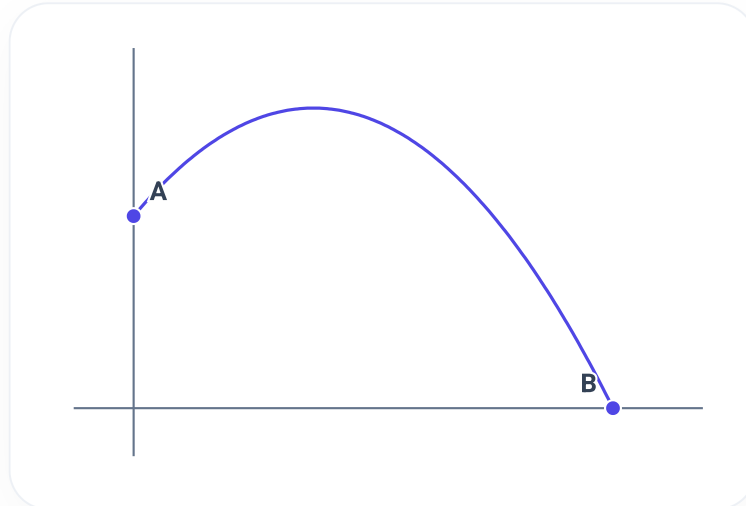
במזרקה בגן ציבורי יוצא סילון מים מפיית המזרקה, ומסלולו הוא חלק מפרבולה שמשוואתה

$$y = -0.2x^2 + 1.2x + 3.2$$

הסילון יוצא מהפייה בנקודה A שעל ציר ה- y , ופוגע בפני המים של הבריכה בנקודה B , כמתואר בסרטוט.

ציר ה- x מייצג את המרחק האופקי (במטרים) מן הפייה,

וציר ה- y מייצג את הגובה (במטרים) מעל פני המים.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו- B .

ב. מצאו את הגובה המקסימלי של סילון המים.

טיפת מים נעה לאורך הסילון מהנקודה A עד הנקודה B .

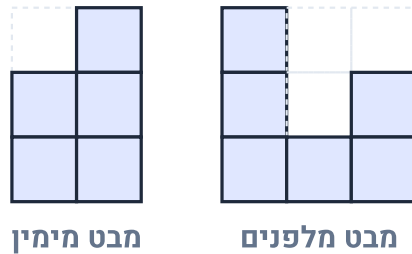
ג(1). מצאו בעבור אילו ערכים של x נעה הטיפה במגמת ירידה.

ג(2). כאשר הטיפה נעה במגמת ירידה, היא עברה בנקודה שהגובה שלה מעל פני המים הוא 4.2 מטרים. מצאו את שיעור ה- x של נקודה זו.

שאלה 5 · מבנה מקוביות: המספר הגדול והקטן ביותר של קוביות לפי שני מבטים

מבנה מקוביות זהות עומד על משטח של 2 שורות (קדמית ואחורית) ו-3 עמודות. כל קובייה במבנה מונחת על המשטח או על קובייה אחרת.

לפניכם שני מבטים של מבנים כאלה, מבט מלפנים ומבט מימין:



לפניכם תרשים המספרים של מבנה S (בכל משבצת - מספר הקוביות שעליה). בתרשים המספרים השורה התחתונה היא השורה הקדמית (הקרובה לצופה שמסתכל מלפנים).

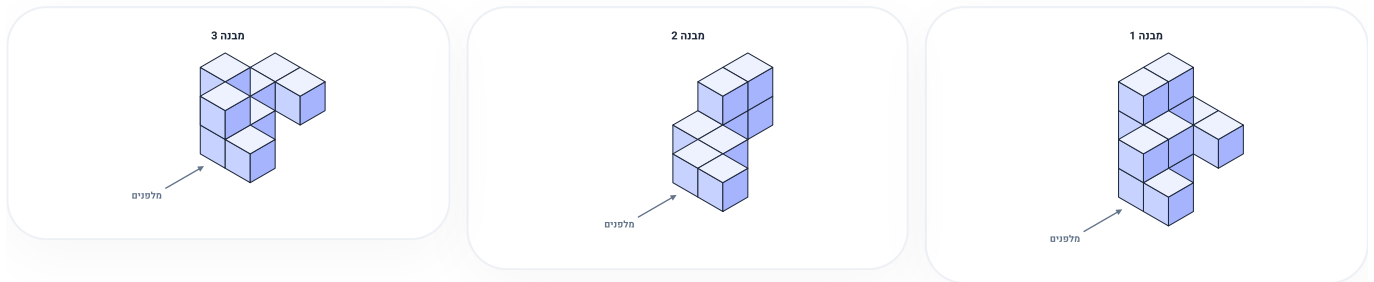
3	1	1
	1	2

מבט מלמעלה

- א. האם המבנה S מתאים לשני המבטים? נמקו.
- ב. מהו המספר הגדול ביותר של קוביות שאפשר להוסיף למבנה S בלי לשנות את שני המבטים?
- ג. מהו המספר הקטן ביותר של קוביות במבנה שמתאים לשני המבטים?
- ד. אורך המקצוע של כל קובייה הוא a ס"מ. הנפח של המבנה הגדול ביותר המתאים לשני המבטים הוא 1,375 סמ"ק. מצאו את a .

שאלה 6 · ראייה מרחבית: שלושה מבנים, מבט מלמעלה ותרשים מספרים

בסרטוטים שלפניכם מתוארים שלושה מבנים מקוביות זהות. החץ בכל סרטוט מסמן את הכיוון של המבט מלפנים. כל קובייה במבנה מונחת על המשטח או על קובייה אחרת.



לפניכם תרשימים של שני מבטים מלמעלה המתארים את המבנים.



א. קבעו עבור כל אחד מן המבנים איזה תרשים מתאר אותו.

ב. השלימו בתבנית שלפניכם את תרשימים המספרים של מבנה 3.

?	?	?
?	?	?
?	?	?
?	?	?

מבט מלמעלה

ג. סרטוט מבט מלפנים של מבנה 3.

למבנה 3 הוסיפו את מספר הקוביות המקסימלי שמאפשר גם למבט מלמעלה וגם למבט מלפנים להישאר ללא שינוי.

ד(1). כמה קוביות הוסיפו למבנה 3?

ד(2). סרטוט את תרשימים המספרים של מבנה 3 לאחר הוספת הקוביות.

כל הברויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math