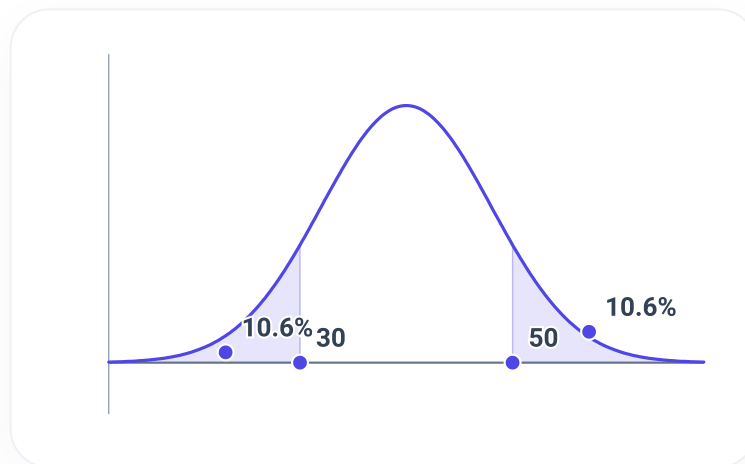


שאלה 1 · התפלגות נורמלית: אורך חיים של סוללות

אורך החיים של סוללות שמייצרים במפעל מסוים מתפלג נורמלית. לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית ועליו חלק מנתוני אורך החיים (בשעות): השטח משמאל ל-30 הוא 10.6%, והשטח מימין ל-50 הוא 10.6%.



- א. מצאו את ממוצע אורך החיים של הסוללות ואת סטיית התקן.
- ב. מהו אורך החיים הקטן ביותר של סוללה שמקבלת תו איכות?
- ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, לכמה מן הסוללות שייצרו בחודש זה יש אורך חיים קטן מ-32 שעות?
- ד. מהו ממוצע אורך החיים החדש של הסוללות ומהי סטיית התקן החדשה, לאחר ההגדלה?
- ד(1). מצאו את אחוז הסוללות שאורך החיים שלהן קטן מ-30 שעות לאחר ההגדלה.
- ד(2).

שאלה 2 · ממוצע, סטיית תקן, מקדם מתאם וישר רגרסיה: טמפרטורה ומכירות

בעל קיוסק בדק את הקשר הליניארי בין הטמפרטורה בצהריים (המשתנה x) לבין מספר הארגזים של בקבוקי מים שמכר (המשתנה y) ב-6 ימים שונים א'-ו'. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

היום	הטמפרטורה (מעלות) - המשתנה x	מספר הארגזים - המשתנה y
א'	18	10
ב'	21	13
ג'	24	14
ד'	26	?
ה'	28	18
ו'	33	20

א. חשבו את הטמפרטורה הממוצעת ב-6 הימים.

ב. הראו כי סטיית התקן של הטמפרטורה ב-6 הימים היא $S_x = \sqrt{\frac{70}{3}}$.

בעל הקיוסק מצא כי מספר הארגזים הממוצע ב-6 הימים שווה למספר הארגזים שמכר ביום ד'.

ג. חשבו את מספר הארגזים שנמכרו ביום ד'.

נתונים המספרים: -0.93 , -0.28 , 1 , 0.98 . אחד מהם הוא מקדם המתאם r .

ד. קבעו איזה מן המספרים הוא מקדם המתאם r , נמקו את קביעתכם.

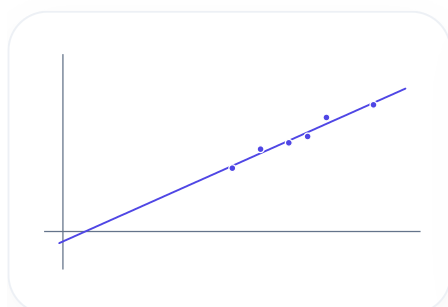
בעל הקיוסק חישב את סטיית התקן של מספר הארגזים ב-6 הימים ומצא כי $S_y = \sqrt{\frac{32}{3}}$.

ה(1). מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

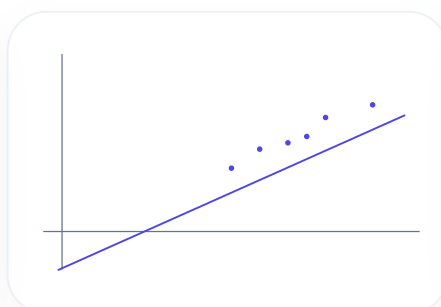
ה(2). על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למספר הארגזים שיימכרו ביום שבו הטמפרטורה 20 מעלות?

לפניכם שלוש דיאגרמות פיזור I-III. הנקודות בכל אחת מן הדיאגרמות מתארות את נתוני 6 הימים.

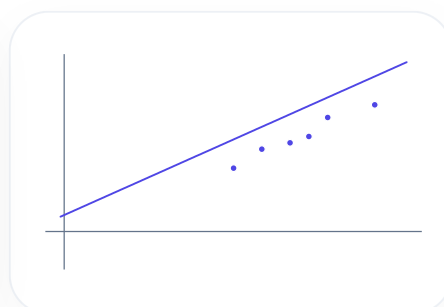
דיאגרמה III



דיאגרמה II



דיאגרמה I



1. קבעו באיזו מן הדיאגרמות I-III מסורטט ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ה'. נמקו את קביעתכם.

שאלה 3 · עץ הסתברויות: שני ראיונות עבודה

חברה מסוימת גייסה עובדים. כל המועמדים במחזור גיוס מסוים רואינו פעמיים: בראיון טלפוני ובראיון אישי. בראיון הטלפוני 70% מן המועמדים קיבלו המלצה. אם מועמד קיבל המלצה בראיון הטלפוני, ההסתברות שיקבל המלצה גם בראיון האישי היא 0.8. אם מועמד לא קיבל המלצה בראיון הטלפוני, ההסתברות שיקבל המלצה בראיון האישי היא 0.3. בחרו באקראי מועמד ממחזור הגיוס.

א. מהי ההסתברות שהמועמד קיבל המלצה בדיוק באחד הראיונות?

ב. מהי ההסתברות שהמועמד קיבל המלצה לפחות באחד הראיונות?

רק מועמד שקיבל המלצה בשני הראיונות מתקבל לעבודה. בחרו באקראי מועמד ממחזור הגיוס.

ג. ידוע שהמועמד שנבחר קיבל המלצה לפחות באחד הראיונות. מהי ההסתברות שמועמד זה התקבל לעבודה?

נתון כי במחזור הגיוס היו 300 מועמדים.

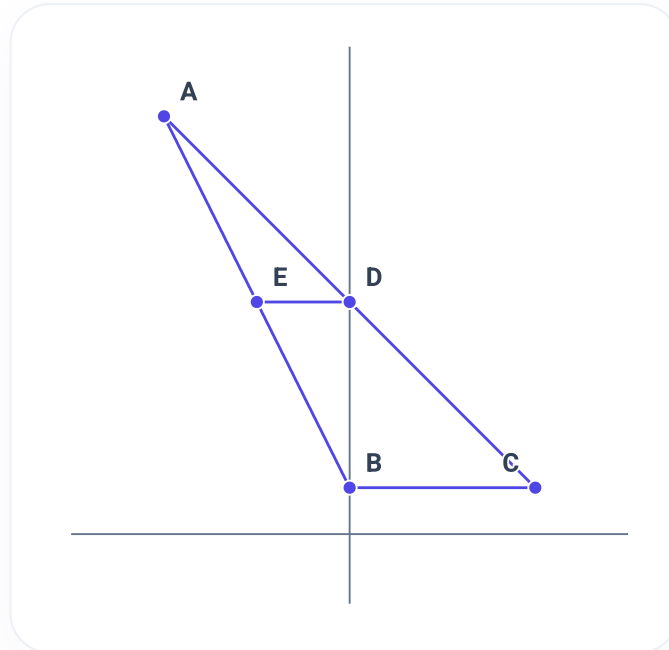
ד. מצאו את מספר המועמדים שהתקבלו לעבודה.

מבין המועמדים במחזור הגיוס בוחרים באקראי שני מועמדים זה אחר זה (בחירה ללא החזרה).

ה. מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם התקבל לעבודה?

שאלה 4 · גאומטריה אנליטית: משולש עם צלע בשיפוע 2-, קטע אמצעים וזוויות

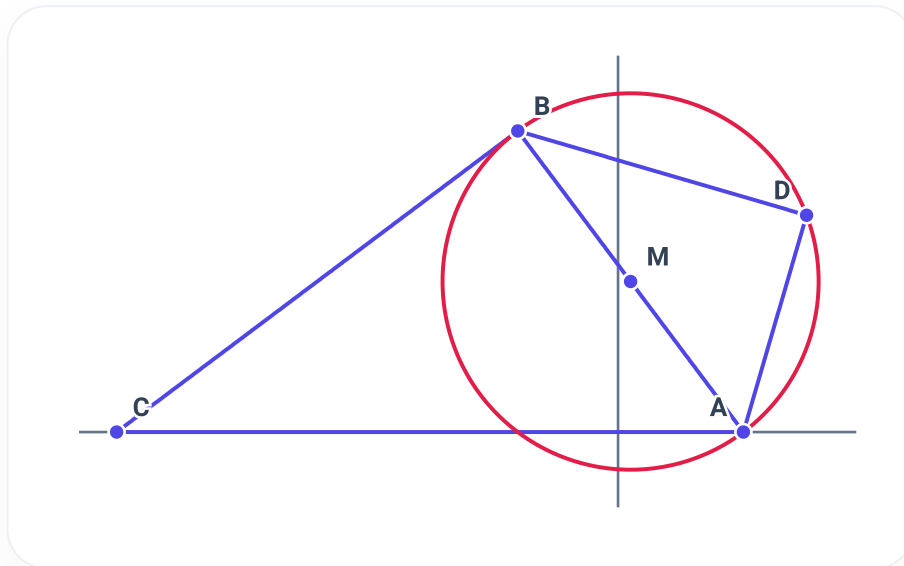
במשולש ABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y . נתון כי משוואת הצלע AB היא: $y = -2x + 1$. שיעור ה- y של הקודקוד A הוא 9.



- א. חשבו את אורך הצלע AB .
- נתון כי הצלע BC מקבילה לציר ה- x . אורך הצלע BC הוא 4.
- ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C .
- D היא נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר ה- y .
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה D .
- מנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x החותך את הצלע AB בנקודה E .
- ד(1). הוכיחו כי DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC .
- ד(2). חשבו את אורך הקטע DE .
- ה. חשבו את גודלי הזוויות EBD ו- ABC .
- ו. מצאו פי כמה גדול שטח הטרפז $EDCB$ משטח המשולש AED .

שאלה 5 · מעגל, קוטר ומשיק במערכת צירים: דמיון משולשים

בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M . המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A . הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש- AB הוא קוטר במעגל. דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה C . נתון כי משוואת המעגל היא $(x-1)^2 + (y-12)^2 = 225$.



- א. מצאו את שיעורי הנקודה A .
- ב. מצאו את משוואת המשיק BC .
- ג. מצאו את אורך הצלע AC .
- ד. הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש- AB חוצה את הזווית DAC .
 - ד(1). הסבירו מדוע $\angle ADB = 90^\circ$.
 - ד(2). הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.
- ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש ADB .

שאלה 6 · חקירת פונקציה רציונלית והקיצון של g כש- $g'=f$

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{36-4x^2}{4-x^2}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

א(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

א(4). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

א(5). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

שאלה 7 · חקירת פונקציית שורש עם פרמטר: מקסימום, גרף הנגזרת ושטח מתחת לציר

נתונה הפונקציה: $f(x) = 4\sqrt{x+a} - x$, a הוא פרמטר. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(12, 0)$.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א. הראו כי: $a = -3$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x = 19$, וציר ה- x .

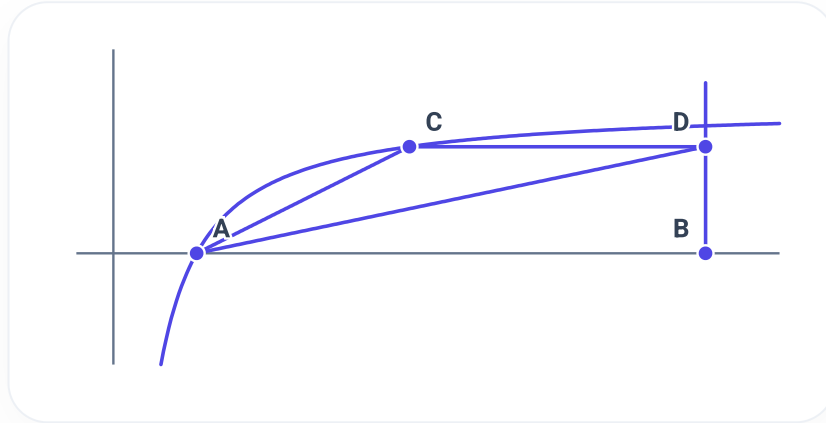
שאלה 8 · בעיית קיצון: משולש שקודקודו על גרף $4 - \frac{9}{x}$

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 4 - \frac{9}{x}$, בתחום $x > 0$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A . מן הנקודה $B(16, 0)$ העבירו אנך לציר ה- x .

C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C , $2.25 < t < 16$.

מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותר את האנך בנקודה D .



א. מצאו את שיעורי הנקודות: A , C ו- D . הביעו את תשובותיכם באמצעות t , אם יש צורך.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.

ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-13. נמקו את קביעתכם.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math