

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: מיון תפוחים לפי קוטר

בבית אריזה ממיינים תפוחים על פי הקוטר שלהם. הקטרים של התפוחים מתפלגים נורמלית. כל התפוחים שקוטרם קטן מ-8 ס"מ נארזים בשקיות. שאר התפוחים נארזים בארגזים. ידוע כי הקוטר הממוצע של התפוחים הוא 7.1 ס"מ, וסטיית התקן היא 1.5 ס"מ.

א. מצאו את אחוז התפוחים שנארזים בשקיות.

התברר שיש ביקוש לתפוחים קטנים במיוחד, לכן הוחלט כי התפוחים יעברו מיון מחדש. נמצא כי שליש מן התפוחים שקוטרם קטן מ-8 ס"מ נחשבים תפוחים קטנים במיוחד.

ב(1). מצאו את אחוז התפוחים הקטנים במיוחד.

ב(2). מצאו את הקוטר של התפוח הגדול ביותר מבין התפוחים הקטנים במיוחד.

לאחר זמן מה הגיע לבית האריזה משלוח חדש של תפוחים. גם במשלוח זה הקטרים של התפוחים מתפלגים נורמלית. 50% מן התפוחים במשלוח זה היו בעלי קוטר קטן מ-7.6 ס"מ. 10.03% מן התפוחים במשלוח זה היו בעלי קוטר גדול מ-9.84 ס"מ.

ג. מצאו את סטיית התקן של הקטרים של התפוחים במשלוח החדש.

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: כמות דשן וגובה צמחים

חוקרים בדקו את הקשר בין גובה של צמח Y (בס"מ) ובין כמות הדשן השבועית שקיבל X (בגרמים). הם בדקו עשרה צמחים. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

כמות הדשן השבועית X (בגרמים)										
8	6	6	5	4	4	4	3	2	2	
43	34	38	31	30	33	27	22	24	18	גובה הצמח Y (בס"מ)

נתון כי הממוצע של כמות הדשן השבועית הוא 4.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של כמות הדשן השבועית היא 1.8 גרמים.

נתון כי הגובה הממוצע של עשרת הצמחים הוא 30 ס"מ, וסטיית התקן של גובהם היא 7.155 ס"מ.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0 , -0.152 , 0.939 , 1 . אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין גובה הצמח ובין כמות הדשן השבועית שקיבל. בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי גובה הצמחים מתוך כמות הדשן השבועית שקיבלו.

לאחר זמן מה התגלה כי מכשיר המדידה שבו נמדד גובה הצמחים הוסיף 1.5 ס"מ לכל מדידה, ויש להפחית 1.5 ס"מ מגובהו של כל צמח (כמות הדשן נשקלה במדויק).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון בגובה הצמחים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי לגובה של צמח שקיבל 5.5 גרמים דשן בשבוע?

שאלה 3 · הסתברות ללא החזרה: כדורים ממוספרים בכד

בכד יש 40 כדורים: על 20 כדורים רשום המספר 1, על 15 כדורים רשום המספר 2, ועל 5 כדורים רשום המספר 4. הוציאו מהכד באקראי שני כדורים ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות שעל שני הכדורים שהוציאו רשומים מספרים שונים?

ב. ידוע שעל שני הכדורים שהוציאו רשומים מספרים שונים. מהי ההסתברות שסכום שני המספרים גדול מ-4?

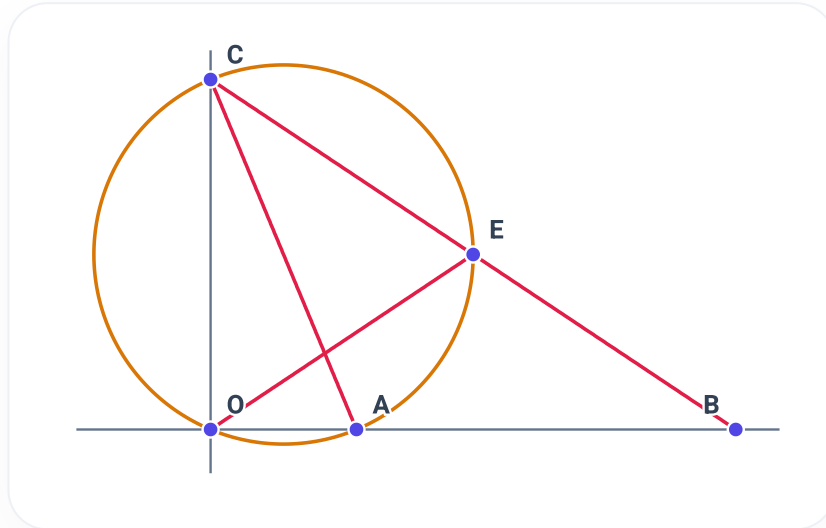
החזירו את כל הכדורים לכד והוסיפו לכד x כדורים שעליהם רשום המספר 1. נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהכד באקראי, ללא החזרה, שני כדורים שעליהם רשום המספר 2 היא $\frac{3}{35}$.

ג. מצאו את x .

ד. האם ההסתברות להוציא מהכד באקראי (ללא החזרה) שני כדורים שעליהם רשומים מספרים שונים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

שאלה 4 · מעגל דרך ראשית הצירים: זוויות היקפיות, קוטר ומשוואת מעגל

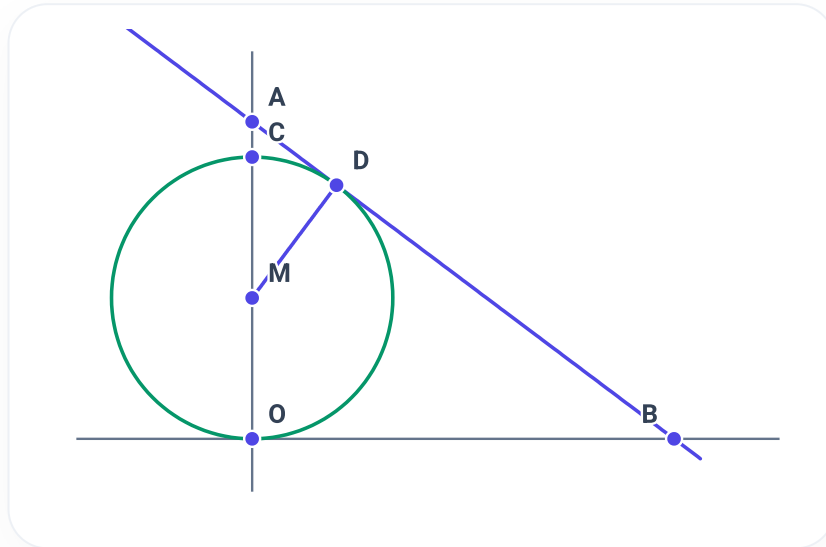
בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות: A , C ו- O . O היא ראשית הצירים. המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A . הנקודה B נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- x . הקטע CB חותך את המעגל בנקודה E (ראו סרטוט). נתון: $\angle EOB = \angle EBO$.



- א. הוכיחו: $AC = AB$.
- נתון: $A(5,0)$, $C(0,12)$.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה B .
- ג(1). הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.
- ג(2). מצאו את משוואת המעגל.
- נתון כי שיעור ה- y של הנקודה E הוא 6.
- ד. פי כמה גדול שטח המשולש COB משטח המשולש AEB ?
- ה. חשבו את גודל הזווית EOB .

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר ה-x ודלתון החסום במעגל

נתון מעגל שמרכזו M נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y . הנקודה O היא ראשית הצירים. המעגל משיק לציר ה- x וחותר את ציר ה- y בנקודה C , כמתואר בסרטוט. דרך הנקודה D שעל המעגל העבירו משיק למעגל. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה A . נתון כי משוואת המשיק היא: $3x + 4y = 36$.



(הנקודה C נמצאת על ציר ה-y, מתחת לנקודה A.)

א. מצאו את אורך הקטע AB .

ב. הוכיחו כי המרובע $OMDB$ הוא דלתון.

ג(1). הוכיחו: $\triangle ADM \sim \triangle AOB$.

ג(2). מצאו את רדיוס המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ה. האם הדלתון $OMDB$ בר חסימה במעגל? אם כן - מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את הדלתון. אם לא - הסבירו מדוע.

שאלה 6 · חקירת פונקציה רציונלית עם פרמטר, גרף הנגזרת ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-12}{x^2-4} + b$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (אם צריך, הביעו באמצעות b).

ב(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y = 1$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצאו את b .

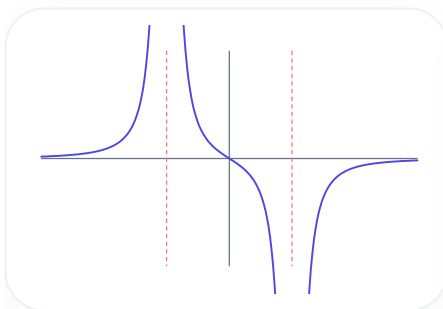
הציבו את b שמצאתם בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד(1). מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

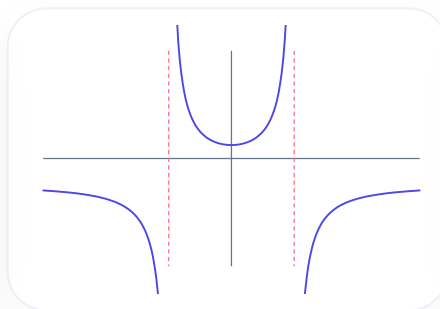
ד(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. לפניכם הגרפים I-III:

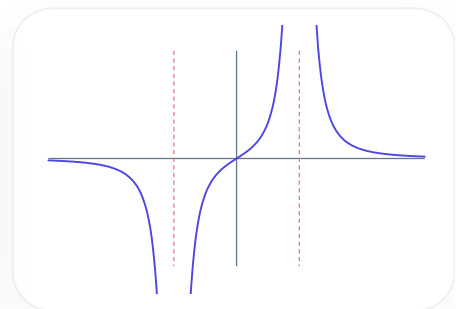
גרף III



גרף II



גרף I



ה. אחד מן הגרפים I-III מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$, ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 7 · פונקציית שורש עם פרמטר: חקירה, גרף הנגזרת ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{2x - 8}$. a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הנקודה $(12, -8)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 10$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

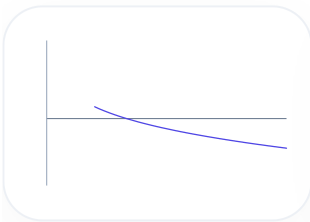
ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

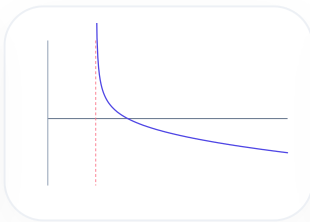
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 4$.

ו(1). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

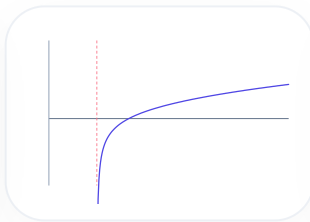
גרף IV



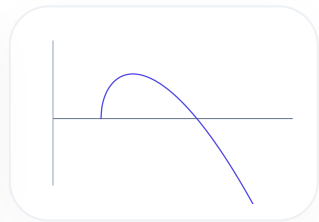
גרף III



גרף II



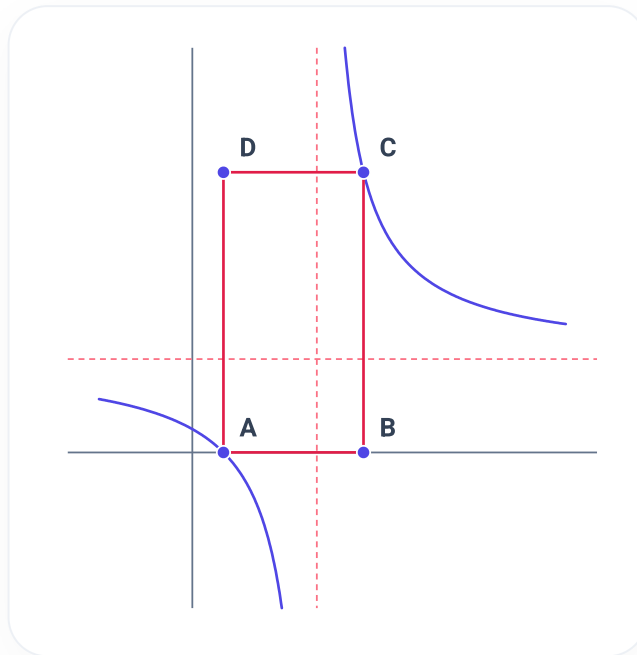
גרף I



ו(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 22$.

שאלה 8 · פונקציה רציונלית: מלבן מתחת לגרף והיקף מינימלי

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{3x-3}{x-4}$.



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 4$. מן הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B. הנקודה D נמצאת ברביע הראשון כך ש-ABCD הוא מלבן. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C.

ג. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD.

ד. מצאו את הערך של t שבעבורו היקף המלבן ABCD הוא מינימלי.

ה. האם ייתכן שהיקף המלבן ABCD הוא 20? נמקו את תשובתכם.

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math