

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: גובה שתילים בחממה

גובהם של שתילי עגבניות בחממה מסוימת, שישה שבועות לאחר השתילה, מתפלג נורמלית. הגובה הממוצע של השתילים בחממה זו הוא 42 ס"מ. 93.32% מן השתילים בחממה זו נמוכים מ-54 ס"מ.

א. מצאו את סטיית התקן של גובה השתילים בחממה זו.

השתיל של נועה גדל בחממה זו, וגובהו נמוך מגובהם של 15% מן השתילים בחממה.

ב. מצאו את הגובה של השתיל של נועה.

שתיל שגובהו נמוך מ-26 ס"מ נחשב לשתיל מפגר בצמיחה.

ג(1). מהו אחוז השתילים המפגרים בצמיחה בחממה זו?

ג(2). בעונה מסוימת נשתלו בחממה זו 15,000 שתילים. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה מן השתילים האלה מפגרים בצמיחה?

השתיל של יובל גדל בחממה אחרת, ולו אותו הגובה כמו השתיל של נועה. גובהם של השתילים בחממה האחרת מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 6 ס"מ. לגובה השתיל של יובל ולגובה השתיל של נועה יש אותו ציון תקן.

ד. מצאו את הגובה הממוצע של השתילים בחממה שבה גדל השתיל של יובל.

שאלה 2 · התפלגות נורמלית: זמני משלוח לפני מערכת ניווט ואחריה

חברת שליחויות בדקה את זמן ההגעה של משלוחים ללקוחות. בחודש מסוים יצאו 60,000 משלוחים, וזמן ההגעה שלהם מתפלג נורמלית. זמן ההגעה הממוצע הוא 48 דקות, וסטיית התקן היא 10 דקות.

א. מהו אחוז המשלוחים שזמן ההגעה שלהם ארוך מ-65 דקות?

ב. כמה משלוחים הגיעו ללקוחות בפחות מחצי שעה (30 דקות)?

החברה הכניסה מערכת ניווט חדשה ובדקה שוב 60,000 משלוחים. התברר שזמן ההגעה הממוצע ירד ל-41 דקות, וזמן ההגעה עדיין מתפלג נורמלית. עם זאת, אחוז המשלוחים שזמן ההגעה שלהם ארוך מ-65 דקות נשאר ללא שינוי.

ג(1). חשבו את סטיית התקן של זמן ההגעה לאחר הכנסת המערכת.

ג(2). פי כמה גדל מספר המשלוחים שהגיעו ללקוחות בפחות מחצי שעה לאחר הכנסת המערכת?

שאלה 3 · הסתברות: גולות בשקית - החזרה רק לחלק מהצבעים

בשקית של יואב יש 20 גולות זהות בגודלן בשלושה צבעים: 12 גולות ירוקות, 5 גולות לבנות, 3 גולות שחורות. יואב מוציא באקראי גולה מן השקית. אם הגולה ירוקה או לבנה, הוא מחזיר אותה לשקית. אם הגולה שחורה, הוא משאיר אותה מחוץ לשקית. לאחר מכן יואב מוציא באקראי גולה נוספת מן השקית.

א. מהי ההסתברות שיואב יוציא שתי גולות שחורות?

ב(1). מהי ההסתברות שיואב יוציא שתי גולות באותו הצבע?

ב(2). ידוע ששתי הגולות שהוציא יואב הן באותו הצבע. מהי ההסתברות שהוא הוציא שתי גולות לבנות או שתי גולות שחורות?

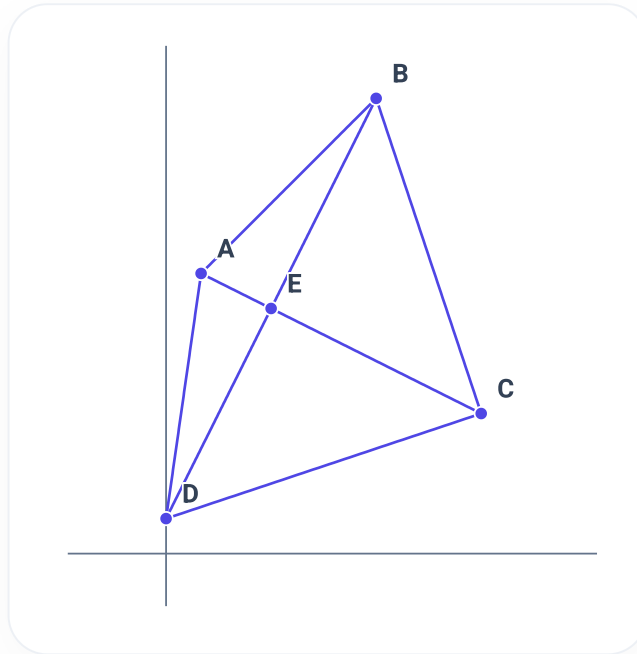
יואב החזיר את כל הגולות לשקית ונתן לחברו מן השקית x גולות ירוקות, גולה לבנה אחת וגולה שחורה אחת. לאחר מכן הוא הוציא באקראי שתי גולות מן השקית ללא החזרה. נתון: ההסתברות שיואב הוציא גולה שחורה ולאחריה גולה לבנה היא: $\frac{2}{33}$.

ג. מצאו את x .

שאלה 4 · דלתון במערכת צירים: אלכסונים, מעוין וחסמה

נתון דלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$). הקודקוד D מונח על ציר ה- y , שיעור ה- y של הקודקוד D קטן מ-8 (ראו סרטוט).

נתון: $A(1, 8)$, $C(9, 4)$, אורך הצלע AD הוא $\sqrt{50}$.



א(1). מצאו את שיעורי הקודקוד D .

א(2). מצאו את משוואת הישר BD .

E היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה E .

הנקודה F נמצאת על הקטע EC .

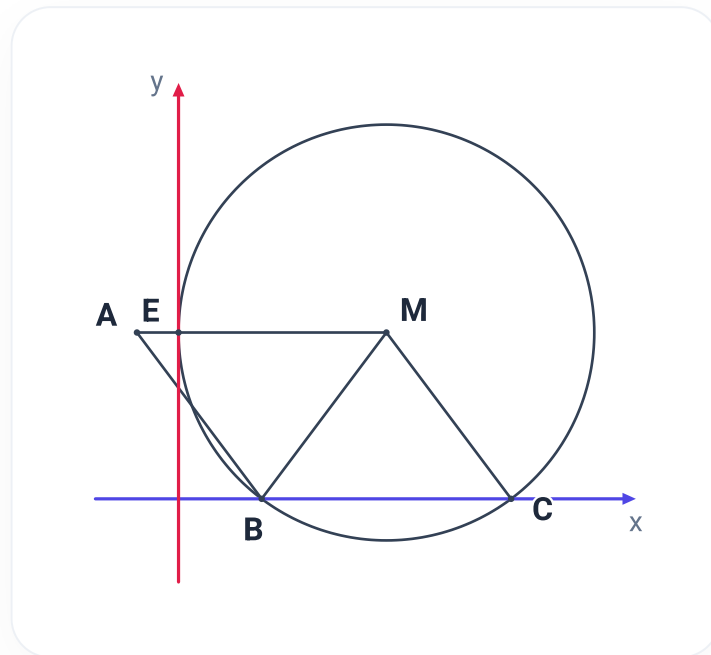
ג. הוכיחו כי: $\triangle ABF \cong \triangle ADF$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F שבעבורה המרובע $FBAD$ הוא מעוין.

ה. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם. I. המשולש ABC הוא ישר זווית. II. הדלתון $ABCD$ הוא בר חסימה במעגל.

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר ה- y ומקבילית: הוכחות ושיעורי נקודות

מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- y בנקודה E . המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות B ו- C , כמתואר בסרטוט שלפניכם (B קרובה יותר לראשית הצירים). הנקודה A נמצאת על המשך ME , כמתואר בסרטוט.



א(1). הסבירו מדוע MA מקביל לציר ה- x .

א(2). הוכיחו: $\angle CBM = \angle BMA$.

נתון: אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

ב(1). הוכיחו: $\angle CMB = \angle MBA$.

ב(2). הוכיחו: המרובע $ABCM$ הוא מקבילית.

נתון: $M(10, 8)$.

ג(1). מצאו את משוואת המעגל.

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודות B ו- C .

ג(3). מצאו את שיעורי הנקודה A .

ד. חשבו את שטח המקבילית $ABCM$.

שאלה 6 · פונקציה רציונלית וערך מוחלט: מינימומים בגבהים שונים

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). רשמו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

א(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.

א(4). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

א(5). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.

ב(1). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב(2). רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

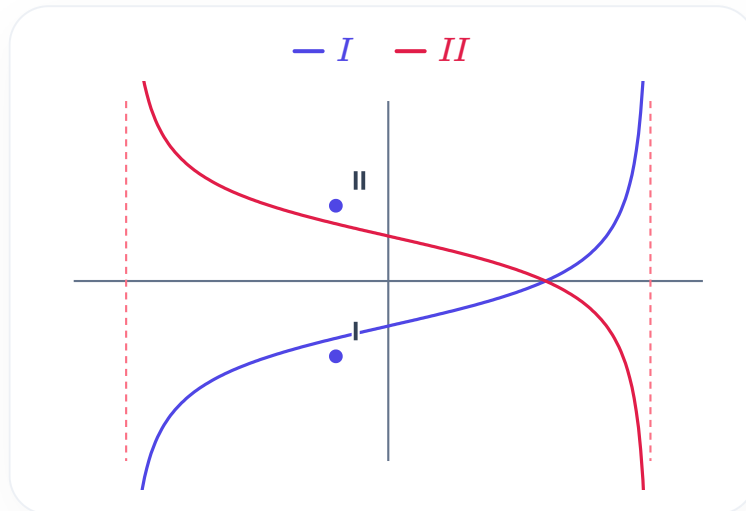
ב(3). כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 4$? נמקו.

שאלה 7 · פונקציית שורש בתחום סגור: גרף הנגזרת, קיצוני קצה ושטח

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $-5 \leq x \leq 5$, ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-5 < x < 5$.

לפונקציה יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 3x + 4\sqrt{25 - x^2}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד, בחלקו השלילי.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

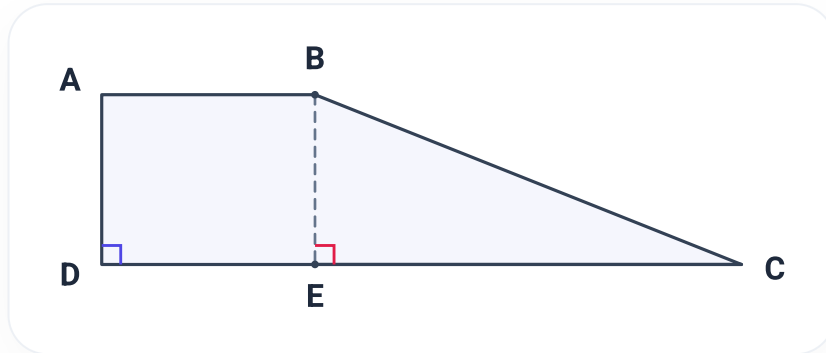
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f'(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

שאלה 8 · בעיית קיצון בטרפז ישר-זווית: סכום ריבועי השוקיים

המרובע $ABCD$ הוא טרפז ישר-זווית, $AB \parallel DC$ (ראו סרטוט). BE הוא גובה הטרפז, והנקודה E על הבסיס DC מקיימת $EC = 2 \cdot DE$. שטח הטרפז הוא: $18\sqrt{2}$. נסמן ב- x את אורך הצלע AB .



א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז ($AD^2 + BC^2$) הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 70? נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math