

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: ציון סף לקבלה ומצטיינים

ציונים במבחן קבלה למגמה מתפלגים נורמלית. ממוצע הציונים הוא 70 וסטיית התקן היא 10.

א. כמה אחוזים מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מ-85?

20% מן הנבחנים, אלה שהציונים שלהם היו הגבוהים ביותר, התקבלו למגמה.

ב. (1) מהו הציון הנמוך ביותר שאיתו אפשר להתקבל למגמה? (2) האם נבחן שקיבל 77 התקבל למגמה? נמקו.

נבחנים שהציון שלהם גבוה מ-90 מוגדרים מצטיינים.

ג. מצאו כמה אחוזים מן הנבחנים התקבלו למגמה, והם אינם מצטיינים.

1,772 נבחנים התקבלו למגמה, והם אינם מצטיינים.

ד. כמה נבחנים סך הכול ניגשו למבחן הקבלה?

שאלה 2 · שעות הכנה וציון: ישר רגרסיה

מורה בדקה אצל 5 תלמידים את הקשר בין מספר שעות ההכנה למבחן (המשתנה x) ובין הציון במבחן (המשתנה y). (

התלמיד	שעות הכנה (x)	ציון (y)
א	1	55
ב	3	62
ג	5	70
ד	7	74
ה	9	84

- א. מצאו את ממוצע שעות ההכנה ואת ממוצע הציונים.
- נתון: סטיית התקן של x היא 2.828, סטיית התקן של y היא 9.96, ומקדם המתאם הוא $r = 0.994$.
- ב. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
- ג. על פי ישר הרגרסיה, מהו הציון החזוי לתלמיד שהתכונן 6 שעות?
- המורה החליטה להוסיף 5 נקודות לציון של כל אחד מהתלמידים.
- ד. כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון החדש על פי x , ומצאו את מקדם המתאם בין x לציון החדש.

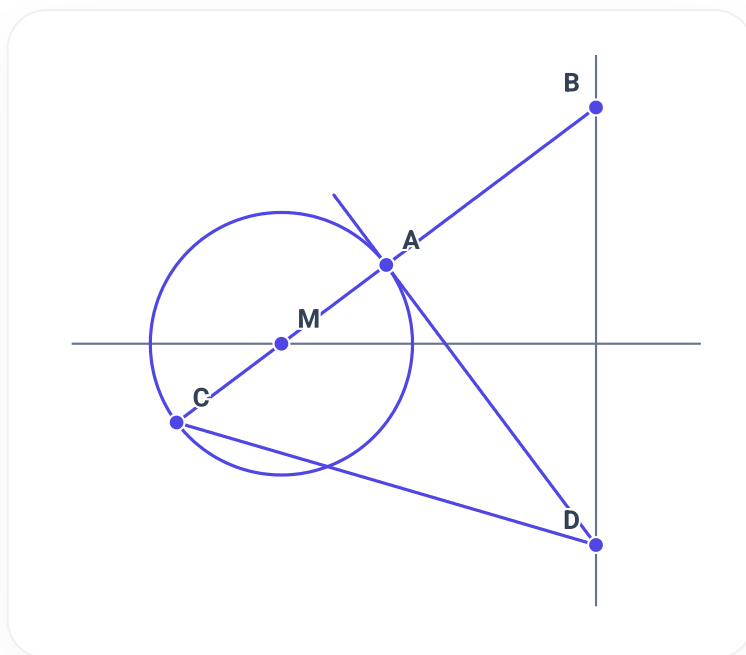
שאלה 3 · טבלה דו-ממדית: מתנדבים בשכבה

בשכבת י"א בבית ספר מסוים 200 תלמידים: 120 בנות ו-80 בנים. 110 תלמידים בשכבה מתנדבים, ומהם 60 בנות.

- א. השלימו טבלה דו-ממדית של מספרי התלמידים לפי מין ולפי התנדבות.
- ב. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?
- ג. בוחרים באקראי תלמיד מן השכבה. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?
- נועה טוענת: "אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".
- ד. האם הטענה של נועה נכונה? נמקו.

שאלה 4 · מעגל במערכת צירים: משיק וקוטר

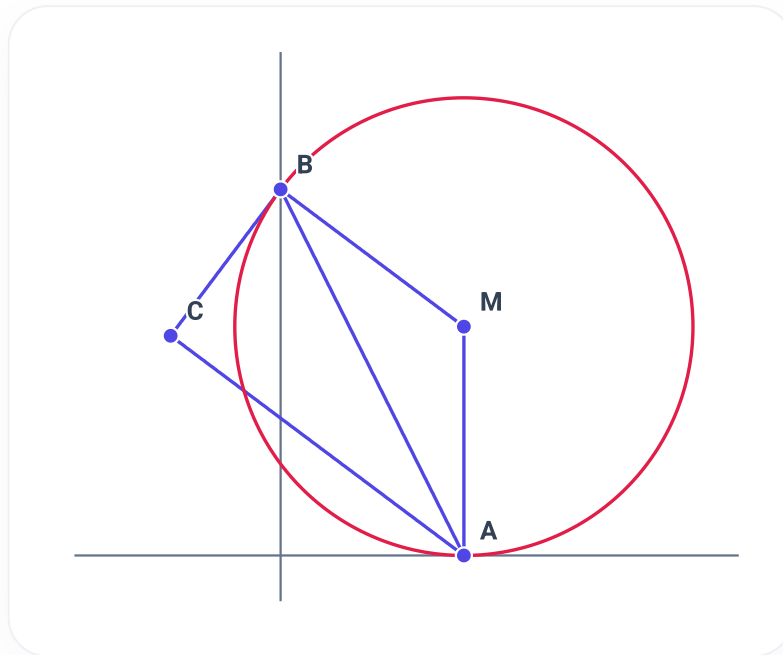
נתון מעגל שמרכזו $M(-12, 0)$ ורדיוסו 5. הנקודה $A(-8, 3)$ נמצאת על המעגל.



- א. הראו כי הנקודה A נמצאת על המעגל, ומצאו את משוואת הישר MA .
- ב. הישר MA חותך את ציר ה- y בנקודה B . מצאו את שיעורי B .
- ג. המשיק למעגל בנקודה A מאונך לרדיוס MA . מצאו את משוואת המשיק, ואת שיעורי הנקודה D שבה הוא חותך את ציר ה- y .
- ד. הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- AC קוטר. מצאו את שיעורי C , והראו כי $BD = CD$.
- ה. חשבו את גודל הזווית ABD .

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר ה-x: מהמשיק לאורך האנך

נתון מעגל שמרכזו $M(4, 5)$, המשיק לציר ה-x בנקודה A . רדיוס המעגל שווה למרחק המרכז מציר ה-x. x .



- א. מצאו את רדיוס המעגל, את משוואתו ואת שיעורי הנקודה A .
- ב. המעגל חותך את ציר ה-y בשתי נקודות. B היא העליונה מביניהן. מצאו את שיעורי הנקודה B .
- ג. הראו ששיפוע הרדיוס MB הוא $-\frac{3}{4}$, ומצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה B .
- ד. מהנקודה A הורידו אנך למשיק, והוא פוגש את המשיק בנקודה C . הוכיחו כי $AC \parallel MB$. (רמז: מה הזווית בין MB למשיק?)
- ה. מצאו את משוואת הישר AC ואת שיעורי הנקודה C .
- ו. חשבו את אורך הקטע AC .

שאלה 6 · פונקציה רציונלית: חקירה ומספר פתרונות

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+3}{9x-x^2}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. הראו כי $f'(x) = \frac{x^2+6x-27}{(9x-x^2)^2}$.
- ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה ואת נקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x.
- ה. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = \frac{1}{3}$? נמקו.

שאלה 7 · פונקציה עם שורש: קיצון בקצה ושטח מתחת לגרף הנגזרת

נתונה הפונקציה $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת נקודות החיתוך של הגרף שלה עם הצירים.

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{3x-3}{2\sqrt{x}}$, ומצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה (כולל קצה התחום) ואת סוגן.

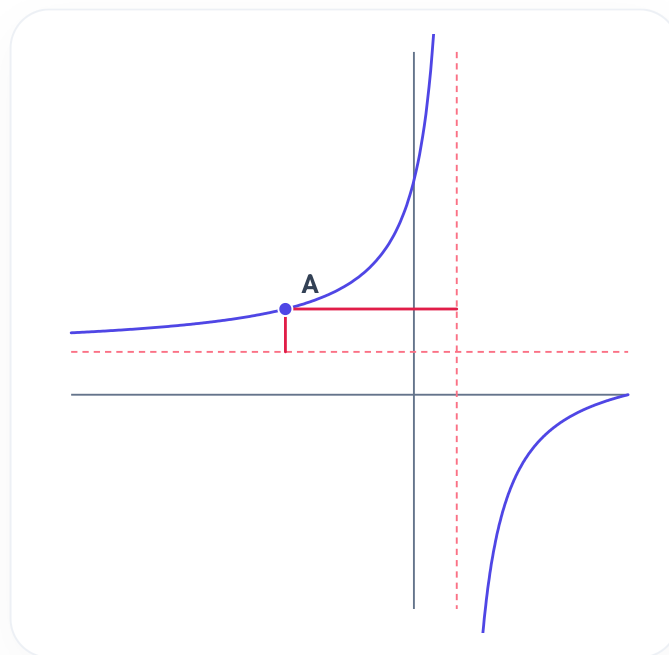
ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ד(1). הסבירו מדוע $f'(x) \geq 0$ בתחום $1 \leq x \leq 4$.

ד(2). היעזרו בכך ש- f היא פונקציה קדומה של f' , וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף f' , ציר ה- x והישרים $x = 1$ ו- $x = 4$.

שאלה 8 · בעיית קיצון: היקף מלבן ליד היפרבולה

לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{1-x} + 1$, המוגדרת לכל $x \neq 1$. מנקודה A , הנמצאת על גרף הפונקציה ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה, כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. נסמן את שיעור ה- x של A ב- x ($x < 0$). הראו כי היקף המלבן הוא $P(x) = 2(1-x) + \frac{8}{1-x}$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ד. חשבו את שטח המלבן בעבור הנקודה A שמצאתם.

כל הברויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math