

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: משקל תפוחים ותפוזים

משקל התפוחים במטע מסוים מתפלג נורמלית. המשקל הממוצע של תפוח הוא 180 גרם, וסטיית התקן היא 20 גרם.

א. מהו אחוז התפוחים שמשקלם קטן מ-200 גרם?

תפוחים שמשקלם גדול מ-214 גרם מסווגים כ"סוג מובחר".

ב. מהו אחוז התפוחים מסוג מובחר?

בקטיף אחד נמצאו 223 תפוחים מסוג מובחר.

ג. כמה תפוחים נקטפו בקטיף זה?

גם משקל התפוזים במטע מתפלג נורמלית, עם ממוצע 150 גרם וסטיית תקן 15 גרם. נועה קטפה תפוח ששוקל 210 גרם ותפוז ששוקל 174 גרם.

ד. איזה מן הפירות של נועה כבד יותר ביחס לפירות מאותו סוג? נמקו.

שאלה 2 · התפלגות נורמלית: תור לקופה בסופרמרקט

זמן ההמתנה בתור לקופה בסופרמרקט מתפלג נורמלית. זמן ההמתנה הממוצע הוא 6 דקות. 84.13% מהלקוחות ממתינים פחות מ-7 דקות.

א. מצאו בטבלה את ציון התקן של זמן המתנה של 7 דקות.

ב. חשבו את סטיית התקן של זמן ההמתנה.

ג. מהו אחוז הלקוחות שממתינים פחות מ-4 דקות?

ד. מהו אחוז הלקוחות שממתינים בין 6 ל-7 דקות?

בעקבות פתיחת קופות נוספות זמן ההמתנה הממוצע ירד ל-4.5 דקות, וסטיית התקן לא השתנתה.

ה. האם אחוז הלקוחות שזמן ההמתנה שלהם בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע השתנה? נמקו.

שאלה 3 · הסתברות: שתי מגירות פירות, עץ ומשלים

במגירה א' יש 3 תפוחים ו-2 אגסים. במגירה ב' יש 4 תפוחים ו-6 אגסים. מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה א' ואחר כך פרי אחד ממגירה ב'.

א. מהי ההסתברות להוציא שני תפוחים?

ב. מהי ההסתברות להוציא שני פירות מסוגים שונים?

ג(1). מהי ההסתברות להוציא לפחות תפוח אחד?

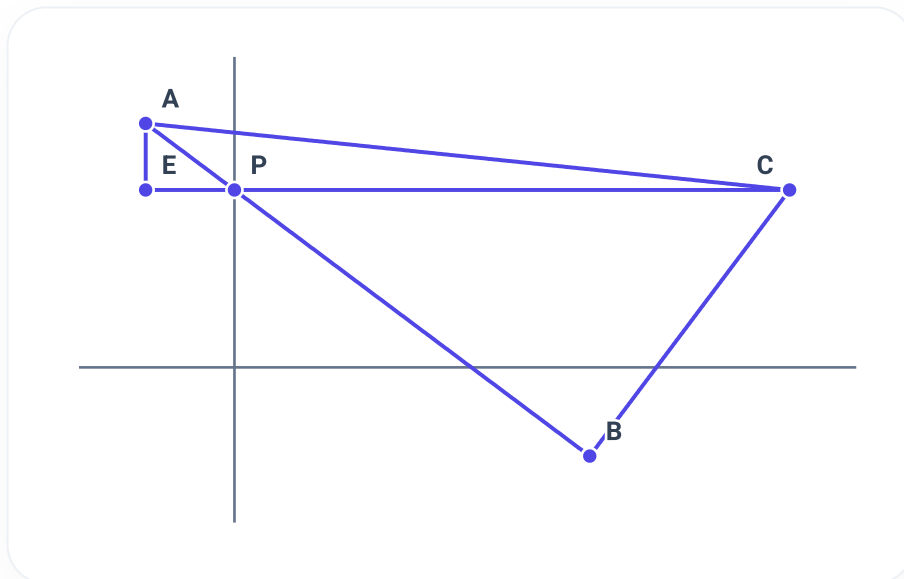
ג(2). ידוע שהוציאו לפחות תפוח אחד. מהי ההסתברות שהוציאו שני תפוחים?

החזירו את הפירות. העבירו את כל הפירות משתי המגירות למגירה ג', ריקה, והוסיפו לה עוד 3 תפוחים.

ד. מוציאים באקראי שני פירות בזה אחר זה ללא החזרה ממגירה ג'. מהי ההסתברות להוציא שני אגסים?

שאלה 4 · משולש ישר זווית במערכת צירים: ישר מאונך ושטח

ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$). נתון: $A(-4, 11)$. הצלע AB חותכת את ציר ה- y בנקודה $P(0, 8)$. הישר CP מקביל לציר ה- x , והנקודה E נמצאת על הישר CP כך ש- AE מקביל לציר ה- y (ראו סרטוט).



א. מצאו את משוואת הצלע AB .

ב. הוכיחו כי $\triangle AEP \sim \triangle CBP$.

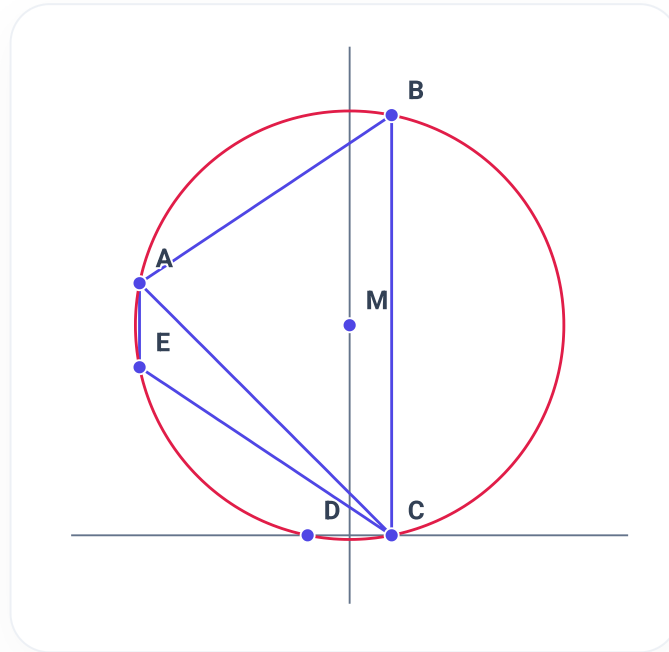
נתון: $C(25, 8)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה B .

ד. מצאו את יחס הדמיון בין המשולש AEP ובין המשולש CBP , ואת שטח המרובע $AEBC$.

שאלה 5 · מעגל במערכת צירים: ממשוואת המעגל לזוויות ולשטח

מרכז המעגל שבסרטוט הוא $M(0, 5)$, והמעגל עובר בנקודה $A(-5, 6)$. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות C ו- D (C מימין). הנקודה $B(1, 10)$ נמצאת על המעגל, והמשולש ABC חד זוויות.



א(1). מצאו את משוואת המעגל.

א(2). מצאו את שיעורי הנקודות C ו- D .

ב(1). מצאו את אורך הצלע AC .

ב(2). היעזרו במשפט הסינוסים במשולש ABC , $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R$, ומצאו את גודל הזווית ABC .

הנקודה $E(-5, 4)$ נמצאת על הקשת הקטנה AC .

ג. הסבירו מדוע $ABCE$ הוא מרובע חסום במעגל, ומצאו את גודל הזווית AEC .

ד(1). נתון: $EC = \sqrt{52}$. מצאו את גודל הזווית EAC .

ד(2). מצאו את שטח המשולש AEC .

שאלה 6 · חקירת פונקציה רציונלית זוגית והזזה אנכית

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת משוואות האסימפטוטות שלה המאונכות לצירים.

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$.

ג. מצאו את נקודת הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגה, ומצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$. מצאו את משוואות האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לצירים, וקבעו אם $g(x)$ זוגית.

שאלה 7 · פונקציית שורש: קיצון בקצה התחום והזזה

נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{5-x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה ואת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{5x(4-x)}{2\sqrt{5-x}}$.

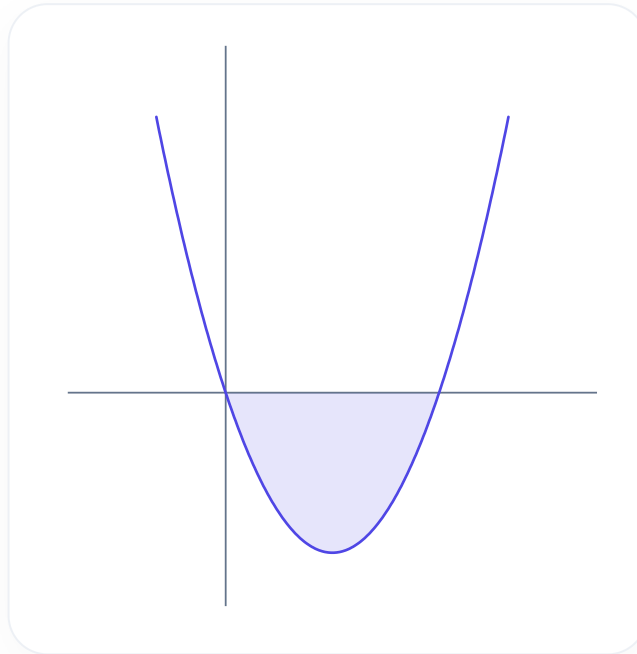
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - c$ ($c > 0$), המוגדרת באותו התחום. גרף $g(x)$ משיק לישר $y = 10$. מצאו את c .

שאלה 8 · מגרף הנגזרת לגרף הפונקציה: מקסימום ומינימום אחד

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות $x = 0$ ו- $x = 4$ בלבד.



- א. הסתמכו על הסרטוט ומצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. קבעו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f(x)$ ואת סוגן.
- ג. S הוא השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x . נתון: $S = 8$, $f(0) = 10$. הסבירו מדוע $f(4) - f(0) = -8$, ומצאו את $f(4)$.
- ד. סרטוטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. בעבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-2 נקודות שונות בדיוק?

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math