

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: שיפור פי k באורך החיים

אורך החיים של מנורות LED שמייצר מפעל מסוים (באלפי שעות) מתפלג נורמלית. 6.68% מהמנורות פועלות פחות מ-27 אלף שעות, ו-30.85% מהמנורות פועלות יותר מ-39 אלף שעות.

א. מצאו את ממוצע אורך החיים של המנורות ואת סטיית התקן.

ב. מצאו את אחוז המנורות שאורך החיים שלהן בין 30 ל-45 אלף שעות.

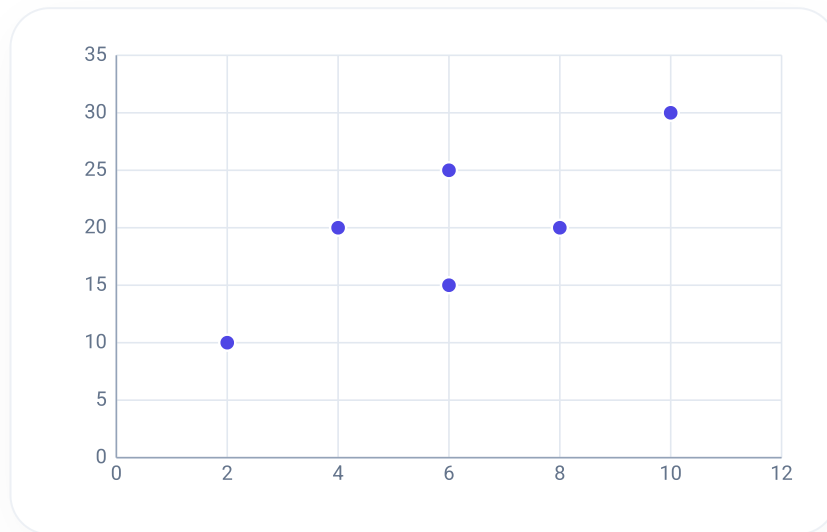
המפעל שיפר את המנורות כך שאורך החיים של כל מנורה גדל פי k ($k > 1$).

ג. לאחר השיפור, רק 0.62% מהמנורות פועלות פחות מ-42 אלף שעות. מצאו את k .

ד. לאילו ערכים של k ($k > 1$) יפעלו פחות מ-1% מהמנורות פחות מ-42 אלף שעות לאחר השיפור?

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: שעות אימון ונקודות בתחרות

מאמן בדק אצל 6 ספורטאים את הקשר בין מספר שעות האימון בשבוע (המשתנה x) ובין מספר הנקודות שצבר כל ספורטאי בתחרות (המשתנה y). הנתונים מוצגים בדיאגרמת הפיזור שלפניכם (ציר ה- x : שעות אימון בשבוע; ציר ה- y : מספר הנקודות).



נסמן ב- r את מקדם המתאם בין x ל- y .

א. לפניכם ארבעה היגדים I-IV. קבעו איזה היגד נכון. נמקו את קביעתכם.

I. $0 < r < 1$

II. $r = -1$

III. $-1 < r < 0$

IV. אי אפשר לקבוע את טווח הערכים של r .

ב(1). חשבו את ממוצע מספר שעות האימון בשבוע של 6 הספורטאים.

ב(2). חשבו את ממוצע מספר הנקודות של 6 הספורטאים.

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = 2x + b$.

ג(1). מצאו את הערך של b .

ג(2). על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למספר הנקודות של ספורטאי שמתאמן 7 שעות בשבוע?

ד. חשבו את סטיית התקן של מספר שעות האימון בשבוע.

המאמן מצא כי סטיית התקן של מספר הנקודות היא $S_y = \sqrt{\frac{125}{3}}$.

ה. היעזרו במשוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x ומצאו את מקדם המתאם r .

המאמן גילה טעות בטבלת הניקוד: לכל אחד מ-6 הספורטאים נרשמו 3 נקודות יותר מכפי שצבר בפועל. המאמן תיקן את הנתונים בהתאם לכך.

ו(1). האם שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים גדל, קטן או לא השתנה? נמקו את תשובתכם.

ו(2). כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים.

שאלה 3 · הסתברות: מגירה עם מספר לא ידוע, התניה הפוכה ואי-שוויון

במגירה א' יש 7 תפוחים ו-11 אגסים. במגירה ב' יש n תפוחים ו-6 אגסים. מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה א' ואחר כך פרי אחד ממגירה ב'.

א. הביעו באמצעות n את ההסתברות להוציא שני פירות מסוגים שונים.

ידוע שהוציאו שני פירות מסוגים שונים. ההסתברות שהתפוח הוצא ממגירה ב' היא $\frac{22}{43}$.

ב. מצאו את n .

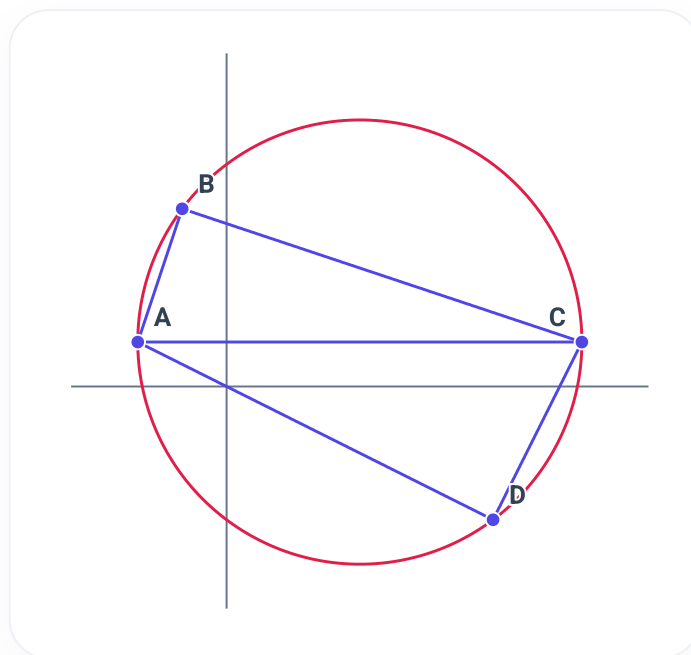
ג. ידוע שהוציאו לפחות תפוח אחד. מהי ההסתברות שהפרי שהוצא ממגירה א' הוא אגס?

החזירו את הפירות. העבירו את כל הפירות משתי המגירות למגירה ג', ריקה, והוסיפו לה x תפוחים. מוציאים באקראי שני פירות בזה אחר זה ללא החזרה ממגירה ג'.

ד. מהו המספר הקטן ביותר של תפוחים שצריך להוסיף, כדי שההסתברות להוציא שני אגסים תהיה קטנה מ-0.1?

שאלה 4 · מרובע חסום במעגל: קוטר אופקי, חיתוך ישר ומעגל וזוויות

המרובע $ABCD$ שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט). נתון: $\angle B = \angle D$.



א. הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.

נתון: $A(-2, 1)$, $C(8, 1)$.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע AB הוא 3.

ג(1). מצאו את משוואת הצלע BC .

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודה B .

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע BC .

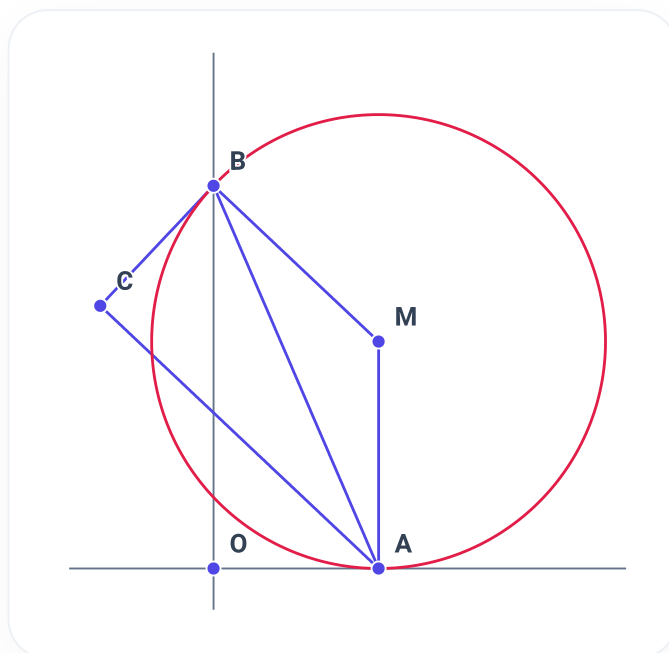
ד. חשבו את שטח המשולש ABE .

ה(1). חשבו את גודל הזווית AEB .

ה(2). חשבו את גודל הזווית CAE .

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר ה-x עם פרמטר: למה AC שווה ל-OB

נתון מעגל שמרכזו $M(8, t)$, כאשר $t > 8$. המעגל משיק לציר ה-x בנקודה A וחותך את ציר ה-y בשתי נקודות; B היא העליונה מביניהן. הישר BC משיק למעגל בנקודה B , ו- $\angle BCA = 90^\circ$. O היא ראשית הצירים.



א. הביעו באמצעות t את משוואת המעגל ואת שיעורי הנקודה B .

ב. הוכיחו כי AB חוצה את הזווית CAM .

ג. הוכיחו כי $AC = OB$ לכל ערך של t .

ד. נתון כי $AC = 32$. מצאו את t .

שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: קיצון, משיק ונגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x+54}{16x-x^2} - b$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b , אם יש צורך).

נתון כי הישר $y = -2.5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b .

הציבו $b = 4$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.

ד(1). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ד(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד(3). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת: $g'(x) = f(x) + 2.5$. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

שאלה 7 · פונקציית שורש: הזהה אופקית עם פרמטר

נתונה הפונקציה $f(x) = (x-3)\sqrt{15-x}$. לכל מספר m מגדירים $g(x) = f(x+m)$.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

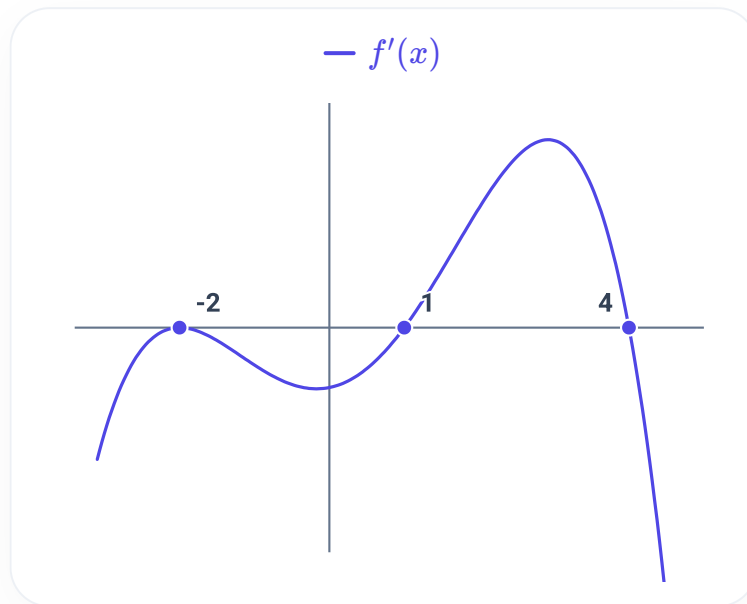
ב. הביעו באמצעות m את תחום ההגדרה של $g(x)$, את נקודות החיתוך של גרף $g(x)$ עם ציר ה- x ואת נקודות הקיצון של $g(x)$.

ג. מצאו את כל ערכי m שבעבורם גרף $g(x)$ חותך את ציר ה- y בערך חיובי.

ד. מצאו את הערך של m שבעבורו נקודת המקסימום של $g(x)$ נמצאת על ציר ה- y . בעבור ערך זה, כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 10$? נמקו.

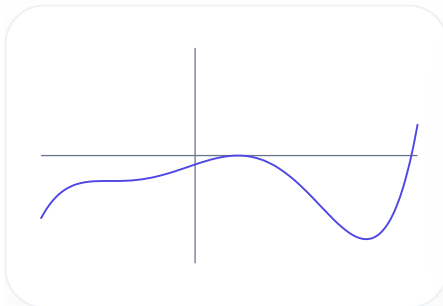
שאלה 8 · מגרף הנגזרת לפונקציה: נקודה אופקית בצד ושטח שאינו מחליף סימן

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות שבהן: $x = -2$, $x = 1$, $x = 4$. בלבד, כמתואר בסרטוט.

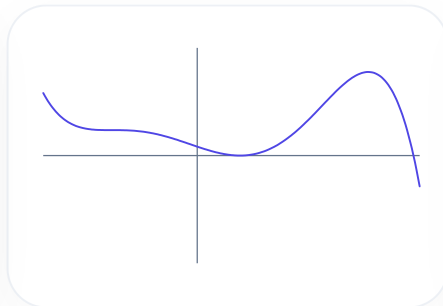


בהמשך השאלה מופיעים הגרפים I-III:

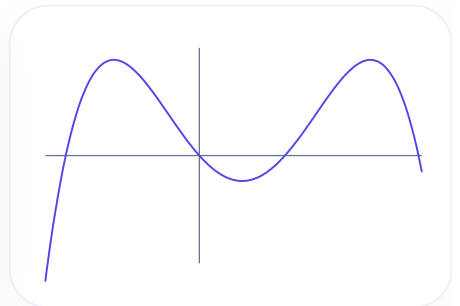
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים I-III מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(1, 0)$.

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = -2$ ועל ידי ציר ה- x בתחום: $-2 \leq x \leq 1$.

נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 4$ ועל ידי ציר ה- x בתחום: $1 \leq x \leq 4$.

האם מתקיים: $S_1 + S_2 = \int_{-2}^4 f(x) dx$? נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x + 3)$. מהם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math