

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: משקלי תפוחים, סוג א' ופרדס נוסף

משקלי התפוחים שנקטפו בפרדס מתפלגים נורמלית וסטיית התקן היא 12 גרם. 97.72% מן התפוחים שוקלים פחות מ-214 גרם.

א. מצאו את המשקל הממוצע של התפוחים בפרדס.

30% מן התפוחים, אלה שהמשקלים שלהם הם הגבוהים ביותר, מסומנים "סוג א".

ב. האם תפוח שמשקלו 195 גרם מסומן "סוג א"? נמקו את תשובתכם.

חלק מן התפוחים מוגדרים "ענקיים", והשאר אינם מוגדרים "ענקיים". תפוחים שמשקלם גבוה מ-211 גרם מוגדרים "ענקיים".

ג. מצאו כמה אחוזים מן התפוחים מסומנים "סוג א", והם אינם "ענקיים".

2,599 תפוחים מסומנים "סוג א", והם אינם "ענקיים".

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה תפוחים סך הכול נקטפו בפרדס?

בפרדס נוסף משקלי התפוחים מתפלגים גם הם נורמלית, והמשקל הממוצע הוא 184 גרם. שני תפוחים, אחד מכל פרדס, שוקלים כל אחד 181 גרם. ציון התקן של שני התפוחים זהה.

ה. מצאו את סטיית התקן של משקלי התפוחים בפרדס הנוסף.

שאלה 2 · נתון חסר וטרנספורמציה על ישר הרגרסיה

בעל חנות גלידה בדק במשך 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי השרב בחודש (המשתנה x) ובין ההכנסה החודשית של החנות (המשתנה y , באלפי שקלים).
בטבלה שלפניכם הנתונים. ההכנסה בחודש יולי נמחקה מהרשומות, וסומנה ב- m .

החודש	ימי השרב (x)	ההכנסה באלפי שקלים (y)
מאי	4	60
יוני	9	56
יולי	10	m
אוגוסט	15	75
ספטמבר	12	70

ידוע כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא $y = 1.5x + 52$, וכי סטיית התקן של ההכנסות היא 7.642.

א. מצאו את m .

ב. מצאו את מקדם המתאם r .

לבעל החנות יש סניף נוסף. בכל אחד מ-5 החודשים הייתה ההכנסה בסניף הנוסף גדולה ב-10% מההכנסה בחנות הראשונה.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההכנסה בסניף הנוסף על פי x , ואת מקדם המתאם בסניף הנוסף.

ד. האם יש מספר ימי שרב בחודש שבעבורו ההכנסה החזויה בסניף הנוסף גדולה ב-12 אלף שקלים מההכנסה החזויה בחנות הראשונה? נמקו.

שאלה 3 · עץ הסתברויות שבו הרכב הקופסה משתנה לפי הצבע: קלפים בקופסה

בקופסה יש x קלפים סך הכול. 9 מן הקלפים בקופסה כחולים והשאר צהובים. נתון: ההסתברות להוציא 2 קלפים כחולים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.09.

א. מצאו את x .

עומר מוציא באקראי קלף מן הקופסה.

אם הקלף כחול, הוא מחזיר אותו לקופסה, מוסיף לקופסה עוד קלף כחול אחד, ושוב מוציא באקראי קלף מן הקופסה.
אם הקלף צהוב, הוא משאיר אותו בחוץ ושוב מוציא באקראי קלף מן הקופסה.

ב. מהי ההסתברות שעומר יוציא לפחות קלף כחול אחד?

ג. אם ידוע שעומר הוציא לפחות קלף כחול אחד, מהי ההסתברות שהוא הוציא שני קלפים בצבעים השונים זה מזה?

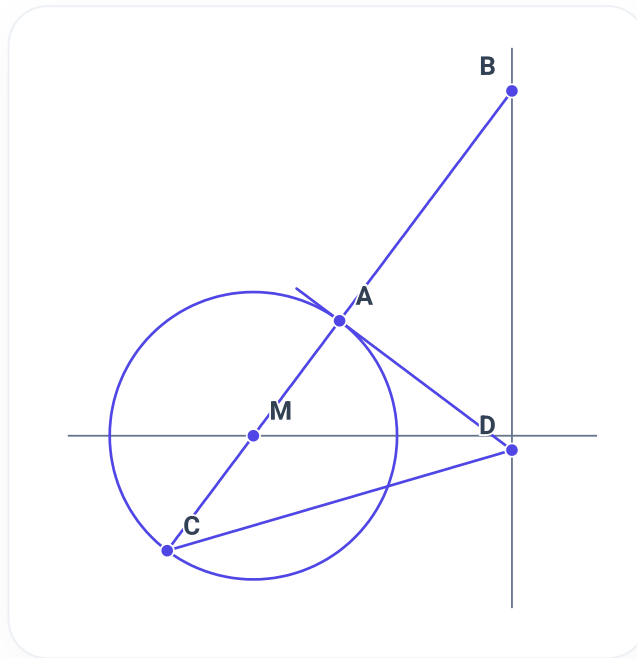
לעומר יש קופסה נוספת, ובה x קלפים (x שמצאתם בסעיף א). גם בקופסה הזאת 9 מן הקלפים כחולים והשאר צהובים.

עומר מוציא באקראי מן הקופסה הזאת שני קלפים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הקלפים שהוציא עומר משתי הקופסאות היו באותו הצבע?

שאלה 4 · מעגל מהמשיק: משולש שווה שוקיים ודמיון

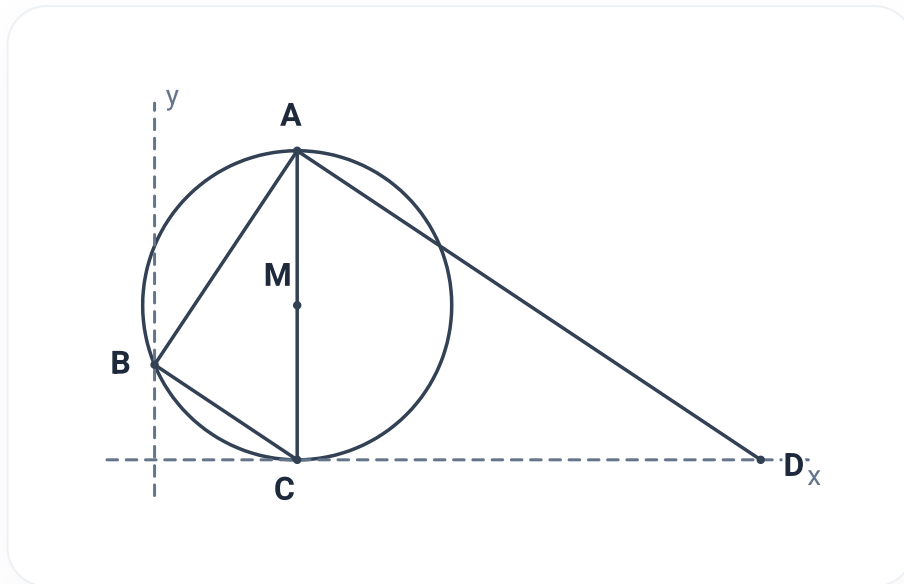
מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- x . הנקודה $A(-12, 8)$ נמצאת על המעגל. המשיק למעגל בנקודה A חותך את ציר ה- y בנקודה $D(0, -1)$. המשך הקטע MA חותך את ציר ה- y בנקודה B , והנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- AC קוטר.



- א. מצאו את משוואת המעגל.
- ב. הוכיחו שהמשולש BCD הוא משולש שווה שוקיים, וקבעו מהן השוקיים שלו.
- ג. הישר העובר דרך M ומקביל לציר ה- y חותך את הקטע CD בנקודה K . מצאו את אורך הקטע CK ואת שטח המשולש MCK .
- ד. חשבו את גודל הזווית BDC .

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר ה-x: דמיון, משוואת המעגל ושטח

המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M . הצלע AC היא קוטר במעגל. המעגל משיק לציר ה- x בנקודה C וחותר את ציר ה- y בנקודה B , כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על ציר ה- x וידוע כי: $\angle BAC = \angle ADC$.



א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.

ב. האם $BC \parallel AD$? נמקו.

נתון: $B(0, 8)$, $C(12, 0)$.

ג(1). מצאו את משוואת הצלע AB .

ג(2). מצאו את שיעורי הקודקוד A .

ג(3). מצאו את משוואת המעגל.

ד(1). מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA .

ד(2). מצאו את שטח המרובע $ABCD$.

שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: מספר הפתרונות של $|f(x)|=4$

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 2x + a}{x - 1}$, כאשר a פרמטר ו- $a > 1$. נתונה גם הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת האסימפטוטה האנכית שלה, והראו שלגרף $f(x)$ אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

ב. הביעו באמצעות a את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את הערך של a שעבורו למשוואה $g(x) = 4$ יש בדיוק שני פתרונות.

ד. לאילו ערכים של a יש למשוואה $g(x) = 4$ ארבעה פתרונות, ולאילו אין לה פתרונות?

שאלה 7 · פונקציית שורש: חקירה, קיצון בקצה התחום והזזה אופקית

נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2\sqrt{2x+5}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

א(3). מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

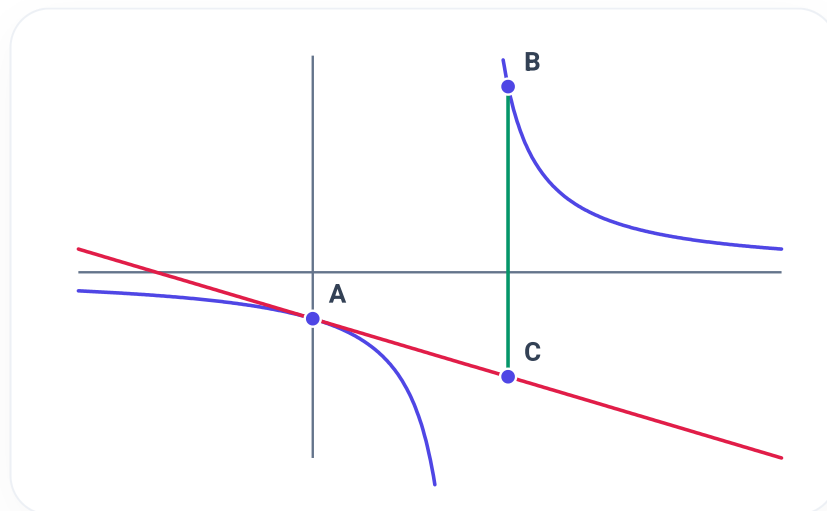
נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+a)$, a הוא פרמטר. נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת מקסימום פנימית בנקודה שבה $x = 1$.

ג(1). מצאו את הערך של a . נמקו את תשובתכם.

ג(2). מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

שאלה 8 · היפרבולה עם פרמטר: הקטע האנכי הקצר ביותר ומשיקים מקבילים

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x-4}$, $x \neq 4$, ו- $a > 0$ הוא פרמטר. הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y . הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה בתחום $x > 4$, ו- t הוא שיעור ה- x שלה. הנקודה C נמצאת על המשיק לגרף בנקודה A , כך ש- BC מקביל לציר ה- y . בסרטוט מתואר המצב בעבור ערך מסוים של a .



א. הביעו באמצעות a את משוואת המשיק לגרף בנקודה A .

ב. הביעו באמצעות t ו- a את אורך הקטע BC .

ג. מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC מינימלי, והראו שהוא אינו תלוי ב- a . הביעו באמצעות a את האורך המינימלי.

ד. הראו שבעבור t שמצאתם, המשיק לגרף בנקודה B מקביל למשיק בנקודה A , והסבירו בעזרת $BC'(t)$ מדוע זה מתקיים בכל בעיה מסוג זה (קטע אנכי מינימלי בין גרף לישור).

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math