

שאלה 1 · הסתברות: בעיה הפוכה בטבלה דו-ממדית ומתי "רוב" מתהפך

בסקר על צפייה בסדרות ברשת השתתפו 900 צעירים ו-600 מבוגרים. 80% מהצעירים צופים בסדרות ברשת. אחוז המבוגרים הצופים בסדרות ברשת אינו ידוע. נבחר באופן אקראי משתתף בסקר. ההסתברות שהמשתתף שנבחר אינו צופה בסדרות ברשת היא 0.24.

א. מצאו את אחוז המבוגרים הצופים בסדרות ברשת.

ב. ידוע שנבחר משתתף שאינו צופה בסדרות ברשת. מהי ההסתברות שהוא צעיר?

בכתבה על הסקר נכתב: "מקרב מי שאינם צופים בסדרות ברשת, אחוז המבוגרים גבוה מאחוז הצעירים".

ג. האם על פי הסקר האמירה נכונה? נמקו.

הסקר נערך שוב. השתתפו בו שוב 900 צעירים, ו- n מבוגרים. אחוז הצופים בכל קבוצה נשאר כמו בסקר הראשון.

ד. לאילו ערכים של n האמירה שבסעיף ג תהיה נכונה בסקר החדש? נמקו.

שאלה 2 · ממוצע, סטיית תקן, מקדם מתאם וישר רגרסיה: טמפרטורה ומכירות

בעל קיוסק בדק את הקשר הליניארי בין הטמפרטורה בצהריים (המשתנה x) לבין מספר הארגזים של בקבוקי מים שמכר (המשתנה y) ב-6 ימים שונים א'-ו'. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

היום	הטמפרטורה (מעלות) - המשתנה x	מספר הארגזים - המשתנה y
א'	18	10
ב'	21	13
ג'	24	14
ד'	26	?
ה'	28	18
ו'	33	20

א. חשבו את הטמפרטורה הממוצעת ב-6 הימים.

ב. הראו כי סטיית התקן של הטמפרטורה ב-6 הימים היא $S_x = \sqrt{\frac{70}{3}}$.

בעל הקיוסק מצא כי מספר הארגזים הממוצע ב-6 הימים שווה למספר הארגזים שמכר ביום ד'.

ג. חשבו את מספר הארגזים שנמכרו ביום ד'.

נתונים המספרים: -0.93 , -0.28 , 1 , 0.98 . אחד מהם הוא מקדם המתאם r .

ד. קבעו איזה מן המספרים הוא מקדם המתאם r , נמקו את קביעתכם.

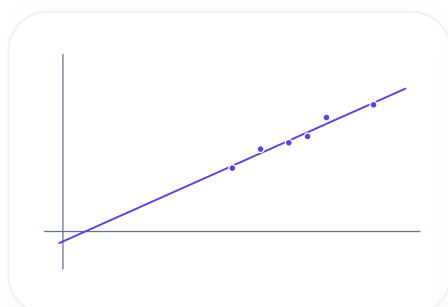
בעל הקיוסק חישב את סטיית התקן של מספר הארגזים ב-6 הימים ומצא כי $S_y = \sqrt{\frac{32}{3}}$.

ה(1). מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

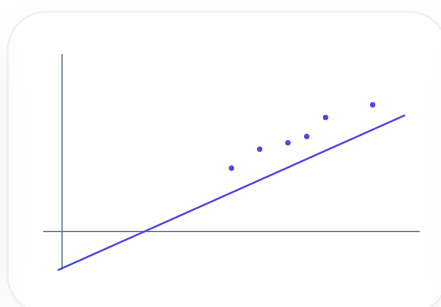
ה(2). על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למספר הארגזים שיימכרו ביום שבו הטמפרטורה 20 מעלות?

לפניכם שלוש דיאגרמות פיזור I-III. הנקודות בכל אחת מן הדיאגרמות מתארות את נתוני 6 הימים.

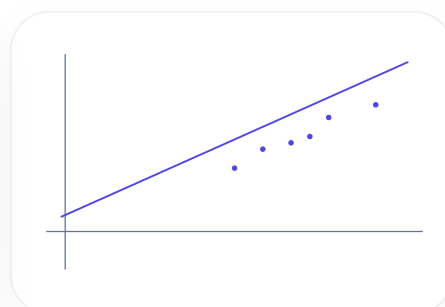
דיאגרמה III



דיאגרמה II



דיאגרמה I



1. קבעו באיזו מן הדיאגרמות I-III מסורטט ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ה'. נמקו את קביעתכם.

שאלה 3 · להקת בית הספר: הסתברות מותנית הפוכה וגודל לא ידוע

בבית ספר יסודי לומדים בנים ובנות. חלק מהתלמידים שרים בלהקת בית הספר.

$\frac{1}{4}$ מהבנים שרים בלהקה, ו- $\frac{1}{3}$ מהבנות שרות בלהקה.

אם בוחרים באקראי חבר ללהקה, ההסתברות שזה בן היא $\frac{1}{3}$.

א. מצאו את אחוז הבנים בבית הספר.

ב. בוחרים באקראי תלמיד שאינו שר בלהקה. מהי ההסתברות שזו בת?

בלהקה יש 6 בנות יותר מבנים.

ג. מצאו כמה תלמידים יש בבית הספר.

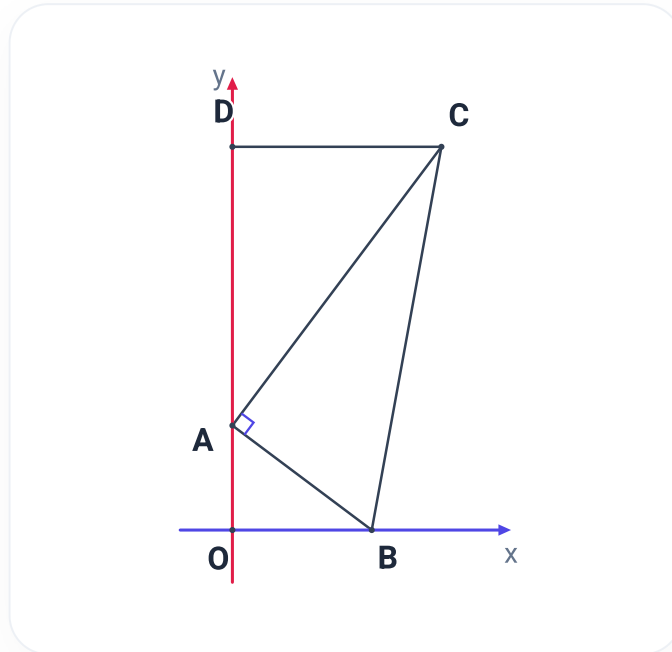
ללהקה הצטרפו k בנות חדשות (ולא הצטרפו בנים). בוחרים באקראי שני חברי להקה בזה אחר זה (ללא החזרה).

ההסתברות ששניהם בנים היא $\frac{1}{20}$.

ד. מצאו את k .

שאלה 4 · משולש ישר זווית ואנך לציר ה-y: דמיון, שיעורי נקודות וזוויות

במשולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$) הקודקוד A מונח על ציר ה-y והקודקוד B מונח על ציר ה-x. הנקודה O היא ראשית הצירים. העבירו אנך לציר ה-y, החותך אותו בנקודה D . היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle CDA$.

נתון: $\frac{CD}{OA} = 2$, משוואת הצלע AB היא: $y = -\frac{3}{4}x + 3$.

ב(1). מצאו את אורכי הקטעים OA ו- CD .

ב(2). מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C .

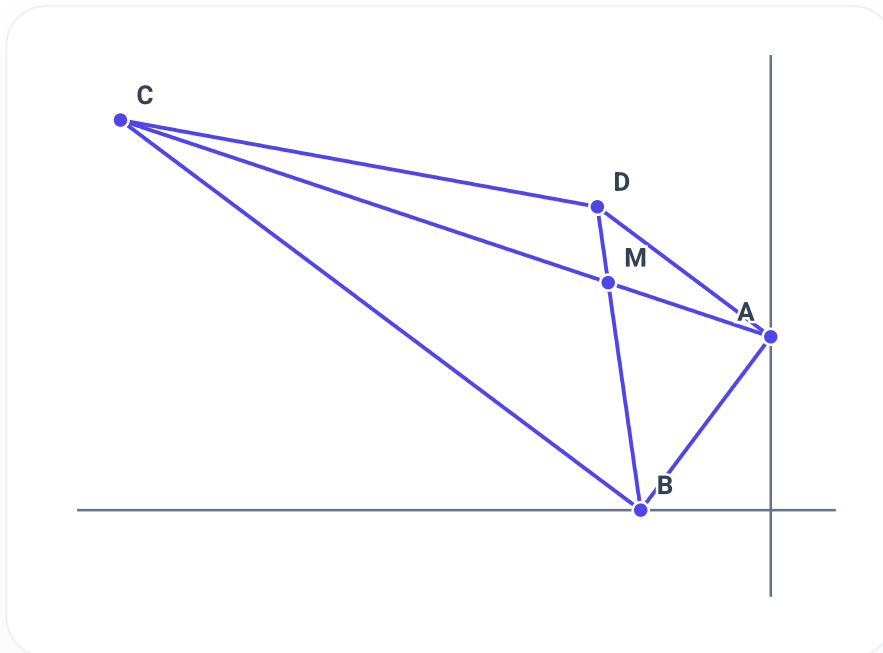
ג(1). מצאו את גודל הזווית ABC .

ג(2). מצאו את גודל הזווית BCD .

ד. האם אפשר לחסום את המרובע $ABCD$ במעגל? נמקו.

שאלה 5 · טרפז ישר זווית: מיחס שטחים לקודקוד

$ABCD$ הוא טרפז ישר זווית ($AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$). הקודקוד B נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x . נתון: $A(0, 8)$, $AB = 10$, ומשוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{3}x + 8$. M היא נקודת החיתוך של אלכסוני הטרפז.



- א. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C .
- ב. נתון כי שטח המשולש BMC גדול פי 9 משטח המשולש DMA . מצאו את שיעורי הקודקוד D .
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה M .
- ד. מצאו את שטח המשולש DMC .

שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: חקירה, סקיצה ושיקוף

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+1}{x^2-a}$. a הוא פרמטר. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(4, \frac{5}{7})$.
א. מצאו את a .

הציבו: $a = 9$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב'-ו'.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + 2$.

ו(1). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ו(2). כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 2$? נמקו.

שאלה 7 · פונקציה עם שורש ופרמטר: מינימום נתון וגבול אינטגרציה

נתונה הפונקציה $f(x) = (x-a)\sqrt{x+4}$, כאשר a פרמטר, $a > -4$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של f ואת נקודות החיתוך של הגרף שלה עם הצירים. הביעו באמצעות a .

ב. הראו כי לפונקציה נקודת מינימום אחת שאינה בקצה התחום, ומצאו את שיעור ה- x שלה באמצעות a .

ג. נתון כי הערך המינימלי של f הוא -16 . מצאו את a .

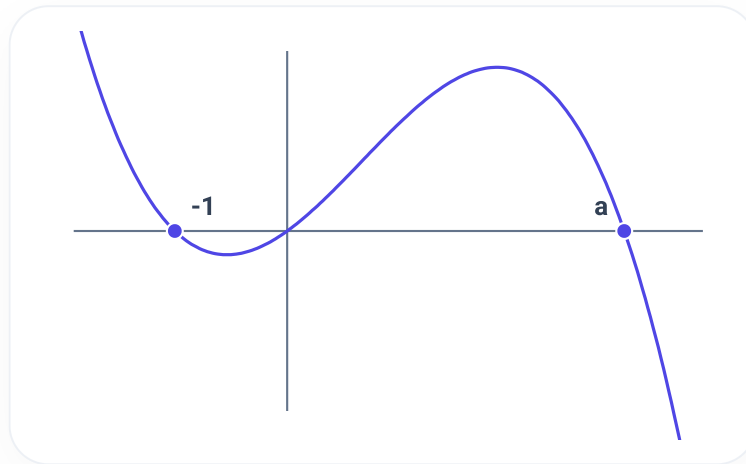
ד. בעבור a שמצאתם, מצאו את $t > 0$ שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף f' , ציר ה- x והישר $x = t$ שווה 32 .

שאלה 8 · גרף הנגזרת, חקירת פולינום ממעלה רביעית ושטח עם משיק

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודות שבהן: $x = -1$, $x = 0$, $x = a$ בלבד ($a > 0$) הוא פרמטר.



א. מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות a .

נתון כי הפונקציה היא: $f(x) = -3x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 10$.

ב(1). מצאו את a .

ב(2). מצאו את שיעורי ה- y של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = a$ ועל ידי הישר $x = -1$.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math