

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: משקלי תפוחים במטע

במטע תפוחים קוטפים בכל עונה את כל התפוחים. בעונה מסוימת, משקלי התפוחים במטע התפלגו נורמלית, והמשקל הממוצע של תפוח היה 180 גרם. תפוחים שמשקלם קטן מ-162 גרם נשלחים למפעל מיץ. נתון כי בעונה זו 18.41% מן התפוחים במטע נשלחו למפעל המיץ.

א. מצאו את סטיית התקן של משקלי התפוחים בעונה זו.

תפוחים שמשקלם גדול מ-206 גרם נשלחים לייצוא. בעונה זו, 4,840 מן התפוחים במטע נשלחו לייצוא.

ב(1). מצאו את אחוז התפוחים במטע שנשלחו לייצוא.

ב(2). על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה תפוחים לא נשלחו לייצוא ולא נשלחו למפעל המיץ?

בעונה שלאחר מכן, משקלי התפוחים במטע התפלגו נורמלית, וסטיית התקן הייתה 15 גרם. גם בעונה זו תפוחים שמשקלם קטן מ-162 גרם נשלחו למפעל המיץ. בעונה זו נקטפו במטע 60,000 תפוחים בסך הכול. 12,000 מן התפוחים נשלחו למפעל המיץ.

ג. מצאו את המשקל הממוצע של תפוח בעונה זו.

שאלה 2 · התפלגות נורמלית: ממוצע וסטיית תקן משני נתונים - מבחן ריצה

זמן הריצה של תלמידי שכבה במבחן ריצה של 3 ק"מ מתפלג נורמלית. 15.87% מהתלמידים רצים את המרחק בפחות מ-14 דקות, ו-2.28% מהתלמידים רצים אותו ביותר מ-20 דקות.

א. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של זמן הריצה.

ב. מהו אחוז התלמידים שזמן הריצה שלהם בין 13 ל-17 דקות?

ג. 10% מהתלמידים, המהירים ביותר, מקבלים תעודת הצטיינות. מהו זמן הריצה הגדול ביותר שעדיין מזכה בתעודה?

לאחר תוכנית אימונים, 6.68% מהתלמידים רצים את המרחק בפחות מ-12 דקות. סטיית התקן לא השתנתה, וזמן הריצה עדיין מתפלג נורמלית.

ד. מצאו את זמן הריצה הממוצע לאחר תוכנית האימונים.

ה. מהו אחוז התלמידים שרצים לאחר תוכנית האימונים את המרחק בפחות מזמן הריצה הממוצע שהיה לפני התוכנית?

שאלה 3 · הסתברות ללא החזרה: כדורים ממוספרים בכד

בכד יש 40 כדורים: על 20 כדורים רשום המספר 1, על 15 כדורים רשום המספר 2, ועל 5 כדורים רשום המספר 4. הוציאו מהכד באקראי שני כדורים ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות שעל שני הכדורים שהוציאו רשומים מספרים שונים?

ב. ידוע שעל שני הכדורים שהוציאו רשומים מספרים שונים. מהי ההסתברות שסכום שני המספרים גדול מ-4?

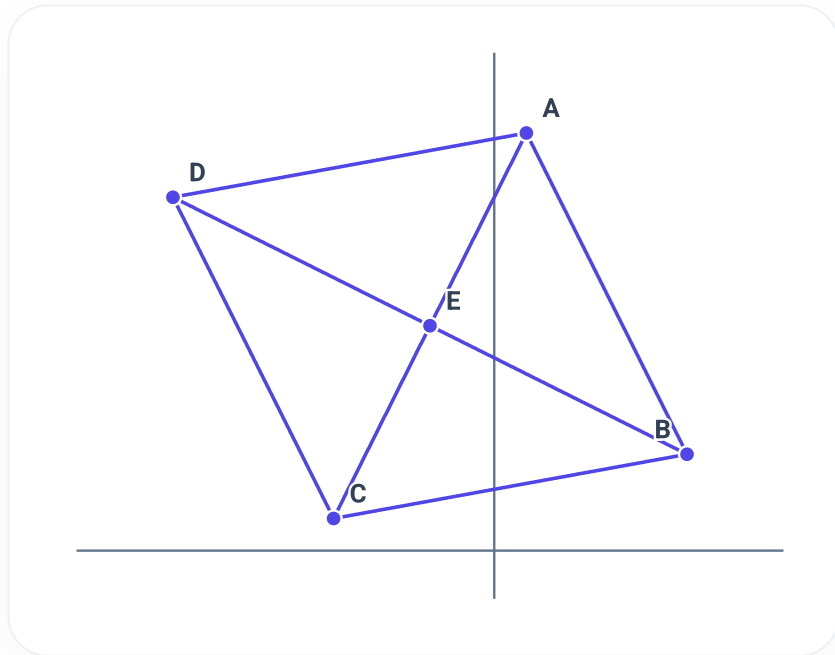
החזירו את כל הכדורים לכד והוסיפו לכד x כדורים שעליהם רשום המספר 1. נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהכד באקראי, ללא החזרה, שני כדורים שעליהם רשום המספר 2 היא $\frac{3}{35}$.

ג. מצאו את x .

ד. האם ההסתברות להוציא מהכד באקראי (ללא החזרה) שני כדורים שעליהם רשומים מספרים שונים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

שאלה 4 · מעוין במערכת צירים: קודקודים מתנאי מקבילות ותחום זווית

בסרטוט שלפניכם מעוין $ABCD$, שאלכסונו נפגשים בנקודה E . נתון: משוואת הצלע AB היא $y = -2x + 15$, והאלכסון AC מקביל לישר $y = 2x$.



א. מצאו את שיעורי הקודקודים A , B ו- D .

ב. מצאו את גודל הזווית ABC של המעוין.

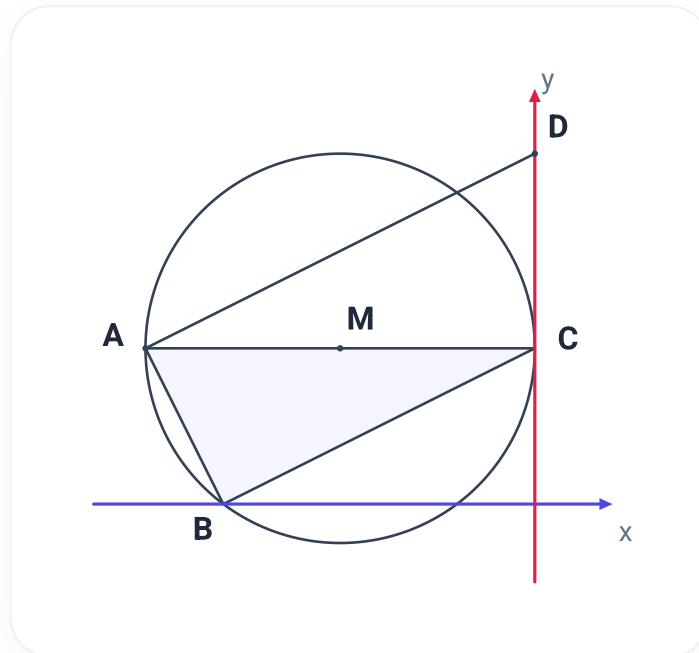
הנקודה G נמצאת על האלכסון BD , ו- $\angle GAB = \alpha$.

ג. לאילו ערכים של α הנקודה G נמצאת על הקטע DE ($G \neq E$)? נמקו.

ד. נתון: $\alpha = 80^\circ$. מצאו את אורך הקטע GE .

שאלה 5 · משולש חסום במעגל המשיק לציר: דמיון, מעגל ושטח

המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M . הצלע AC היא קוטר במעגל. המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותר את ציר ה- x בנקודה B , כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\angle BAC = \angle ADC$.



א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.

ב. האם $BC \parallel AD$? נמקו.

נתון: $B(-12, 0)$, $C(0, 6)$.

ג(1). מצאו את משוואת הצלע AB .

ג(2). מצאו את שיעורי הקודקוד A .

ג(3). מצאו את משוואת המעגל.

ד(1). מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA .

ד(2). מצאו את שטח המרובע $ABCD$.

שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: מספר נקודות חיתוך

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-4} + a$, a הוא פרמטר.

- מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$, והביעו באמצעות a את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- הוכיחו ש- $f(x)$ זוגית, ומצאו באמצעות a את נקודת הקיצון שלה ואת סוגה.
- מצאו את מספר נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם ציר ה- x לפי ערכי a .
- מצאו את ערכי a שעבורם הישר $y = 1$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

שאלה 7 · חקירת פונקציית שורש עם פרמטר: מקסימום, גרף הנגזרת ושטח מתחת לציר

נתונה הפונקציה: $f(x) = 4\sqrt{x+a} - x$, a הוא פרמטר. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(12, 0)$.

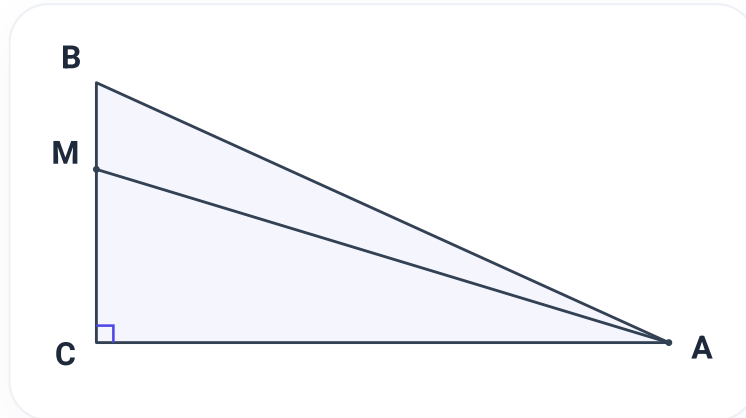
בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



- הראו כי: $a = -3$.
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
- מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x = 19$, וציר ה- x .

שאלה 8 · בעיית קיצון עם אילוץ: המינימום בקצה התחום

ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$, ששטחו 48. M היא נקודה על הצלע BC כך ש-
 $MC = 2MB$. נסמן $MB = x$. נתון גם כי $AC \geq 12$.



- א. הביעו באמצעות x את הסכום $S = MA^2 + MB^2 + MC^2$, ומצאו את תחום הערכים האפשריים של x .
- ב. מצאו את x שבעבורו S מינימלי, ואת הערך המינימלי של S .
- ג. מצאו את כל הערכים שהסכום S יכול לקבל במשולשים המקיימים את הנתונים. כמה משולשים כאלה יש לכל ערך?

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math