

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: ממוצע וסטיית תקן משני אחוזים

בבית ספר מסוים נערכה תחרות קפיצה לרוחק. התוצאות שהשיגו המשתתפים התפלגו נורמלית. 15.87% מן המשתתפים קפצו למרחק קטן מ-3.6 מטרים, ו-2.28% מן המשתתפים קפצו למרחק גדול מ-5.4 מטרים.

א. מצאו את מרחק הקפיצה הממוצע ואת סטיית התקן.

ב. הוחלט לתת מדליה ל-10% מן המשתתפים שקפצו למרחק הגדול ביותר. מהו המרחק המינימלי שמזכה במדליה?

ג. בוחרים באקראי משתתף שקפץ למרחק גדול מן הממוצע. מהי ההסתברות שהוא קפץ למרחק גדול מ-5.1 מטרים?

בבית הספר נערכה גם תחרות קפיצה לגובה. גם בה התוצאות התפלגו נורמלית, וגובה הקפיצה הממוצע היה 1.4 מטרים. אלון קפץ לרוחק 5.1 מטרים ולגובה 1.7 מטרים, ונמצא כי בשתי התחרויות אחוז המשתתפים שהשיגו תוצאה נמוכה משלו היה זהה.

ד. מצאו את סטיית התקן בתחרות הקפיצה לגובה.

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: מספר עובדים ופדיון בסניפים

רשת חנויות בדקה את הקשר בין מספר העובדים בסניף (המשתנה x) ובין הפדיון החודשי של הסניף (המשתנה y) ב-5 סניפים א'-ה' בחודש מסוים. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

הסניף	מספר העובדים, המשתנה x	הפדיון החודשי (באלפי שקלים), המשתנה y
א'	12	18
ב'	14	22
ג'	16	26
ד'	18	34
ה'	20	50

א(1). חשבו את מספר העובדים הממוצע ב-5 הסניפים.

א(2). חשבו את סטיית התקן של מספר העובדים ב-5 הסניפים.

הרשת מצאה כי הפדיון החודשי הממוצע של 5 הסניפים היה 30 אלף שקלים, וכי סטיית התקן של הפדיון החודשי הייתה $8\sqrt{2}$ אלף שקלים.

ב. מצאו את מקדם המתאם r .

ג(1). מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

ג(2). על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי לפדיון החודשי בסניף שבו 17 עובדים?

בחודש שלאחר מכן ירד הפדיון של כל אחד מן הסניפים ב-10% (מספר העובדים בכל אחד מן הסניפים לא השתנה).

ד. לפניכם שלושה היגדים I-III. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעתכם.

I. בחודש שבו ירד הפדיון, סטיית התקן של הפדיון החודשי הייתה $8\sqrt{2}$.

II. בחודש שבו ירד הפדיון, מקדם המתאם בין מספר העובדים לפדיון החודשי - לא השתנה.

III. הנקודה $(16, 30)$ נמצאת על ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x בחודש שבו ירד הפדיון.

שאלה 3 · עץ הסתברויות עם נעלם: שני מבחנים ומלגה

תלמידי שכבה מסוימת ניגשו לשני מבחנים: מבחן במתמטיקה ומבחן באנגלית. 60% מן התלמידים עברו את המבחן במתמטיקה. אם תלמיד עבר את המבחן במתמטיקה, ההסתברות שעבר גם את המבחן באנגלית היא p . אם תלמיד לא עבר את המבחן במתמטיקה, ההסתברות שעבר את המבחן באנגלית היא 0.25. נמצא כי ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי עבר בדיוק אחד מן המבחנים היא 0.28.

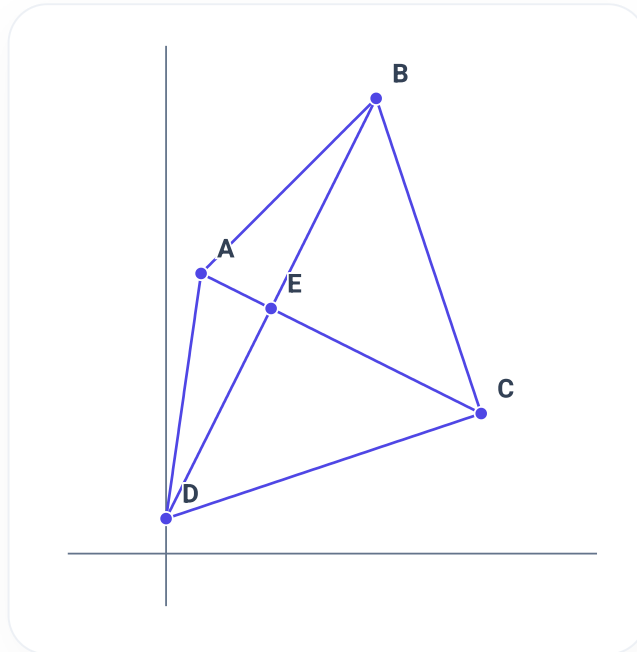
א. מצאו את p .

ב. ידוע שתלמיד שנבחר באקראי לא עבר את המבחן באנגלית. מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן במתמטיקה?

ג. רק תלמיד שעבר את שני המבחנים מקבל מלגה. בשכבה N תלמידים. בוחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה, זה אחר זה (ללא החזרה). ההסתברות ששניהם מקבלים מלגה היא $\frac{6}{35}$. מצאו את N .

שאלה 4 · דלתון במערכת צירים: אלכסונים, מעוין וחסמה

נתון דלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$). הקודקוד D מונח על ציר ה- y , שיעור ה- y של הקודקוד D קטן מ-8 (ראו סרטוט).
נתון: $A(1, 8)$, $C(9, 4)$, אורך הצלע AD הוא $\sqrt{50}$.



א(1). מצאו את שיעורי הקודקוד D .

א(2). מצאו את משוואת הישר BD .

E היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה E .

הנקודה F נמצאת על הקטע EC .

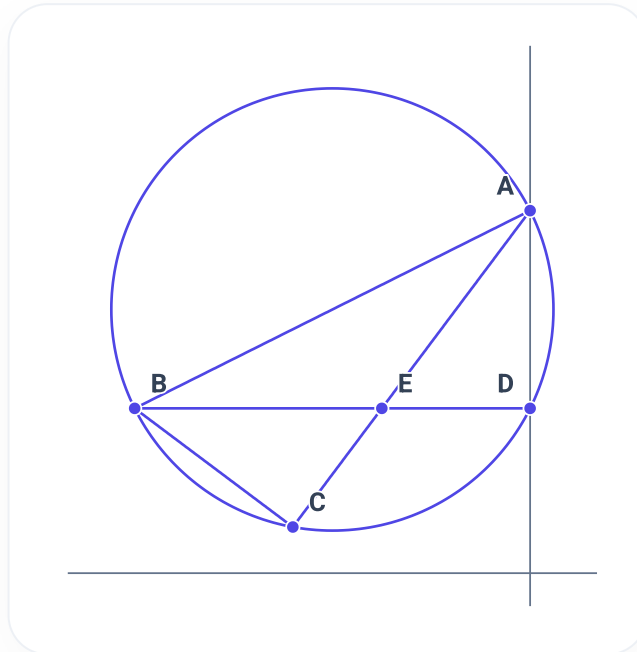
ג. הוכיחו כי: $\triangle ABF \cong \triangle ADF$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F שבעבורה המרובע $FBAD$ הוא מעוין.

ה. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם. I. המשולש ABC הוא ישר זווית. II. הדלתון $ABCD$ הוא בר חסימה במעגל.

שאלה 5 · מעגל במערכת צירים: מהמשוואה לנקודות, חפיפה ושטח משולש

המעגל $(x+6)^2 + (y-8)^2 = 45$ חותך את ציר ה- y בנקודות A ו- D (A מעל D). המיתר BD מקביל לציר ה- x . המיתר AC חותך את BD בנקודה E , ונתון $AE = BE$.



א. הוכיחו כי AB קוטר במעגל, וכי $\triangle CBE \cong \triangle DAE$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A , D , B ו- E .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .

ד. חשבו את שטח המשולש ABC .

שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר, וקיצון של g כש- $g'=f-0.5$

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+4x+a}{x^2}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(3, 3)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 6$ וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 0.5$.

ה(1). סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

ה(2). מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

שאלה 7 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: שטחים שווים מתחת לגרף הנגזרת

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} - 1$, כאשר $a > 0$ פרמטר.

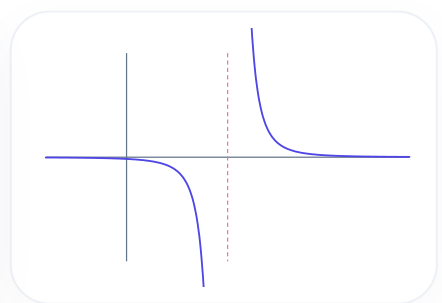
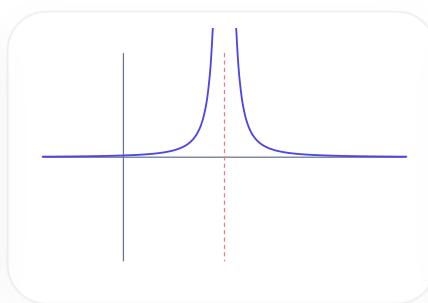
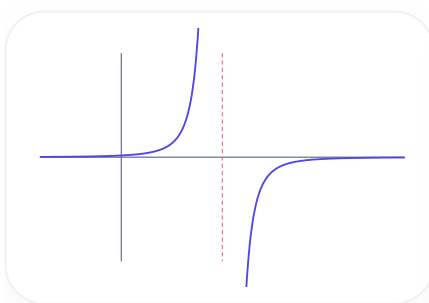
א. הביעו באמצעות a את משוואות האסימפטוטות של $f(x)$ ואת שיעורי נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.

ב. אחד משלושת הגרפים שלפניכם הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (בעבור a כלשהו). ציינו מיהו ונמקו.

גרף III

גרף II

גרף I

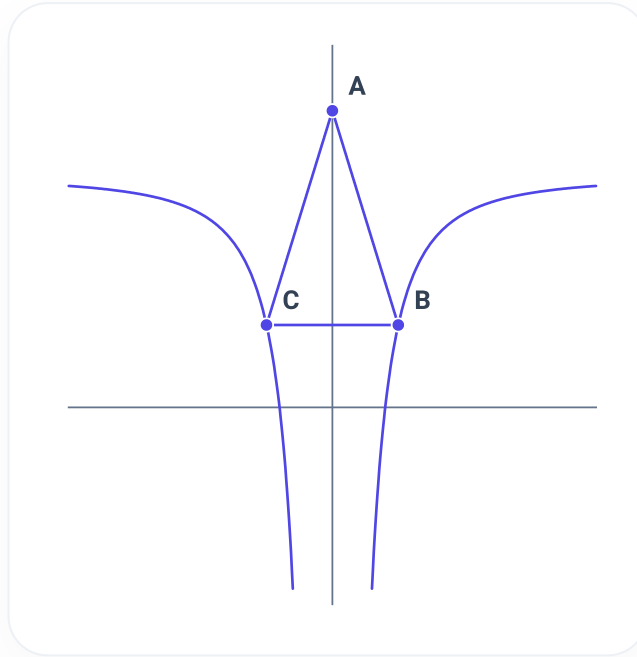


ג. השטח המוגבל על ידי גרף $f'(x)$, ציר ה- x והישרים $x = 2$ ו- $x = 3$ הוא 1.5. מצאו את a .

ד. הוכיחו כי לכל $a > 0$ השטח המוגבל על ידי גרף $f'(x)$, ציר ה- x והישרים $x = -1$ ו- $x = 0$ שווה לשטח המוגבל על ידי גרף $f'(x)$, ציר ה- x והישרים $x = 2$ ו- $x = 3$, והסבירו זאת בעזרת גרף הפונקציה $f(x)$.

שאלה 8 · בעיית קיצון: משולש שקודקדיו על גרף פונקציה רציונלית ($7-18/x^2$)

נתונה הפונקציה: $f(x) = 7 - \frac{18}{x^2}$. נתונה הנקודה A , ששיעוריה הם $(0, 9)$. הנקודות B ו- C נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בסרטוט. הישר BC מקביל לציר ה- x . נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.



- א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו- C .
- ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
- ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC .

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math