

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: זמן האזנה לפודקאסטים לפני שינוי ואחריו

חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הסכמים) באתר אינטרנט מסוים. על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית. התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ-10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים, ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות. עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ-10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג(1). חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

ג(2). פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום לאחר השינוי?

שאלה 2 · עץ הסתברויות: שלושה שלבי מיון לעבודה

חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה. כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון. מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו: שלב ראשון: מבחן התאמה. שלב שני: ריאיון אישי. שלב שלישי: סדנה קבוצתית.

כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון: 75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה. 50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי. 40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

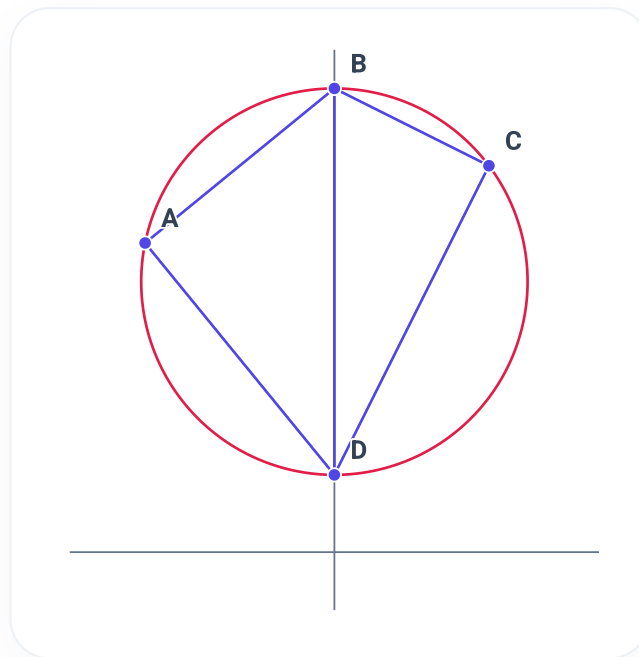
ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן התקבלה לעבודה בחברה?

ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא לא התקבלה לעבודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעבודה בחברה. כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

שאלה 3 · מרובע חסום במעגל במערכת צירים: קוטר, משוואת מעגל, שטח וזוויות

המרובע $ABCD$ שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט). נתון: $\angle A = \angle C$.



א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $B(0, 12)$, $D(0, 2)$.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ג(1). מצאו את משוואת הצלע DC .

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודה C .

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC .

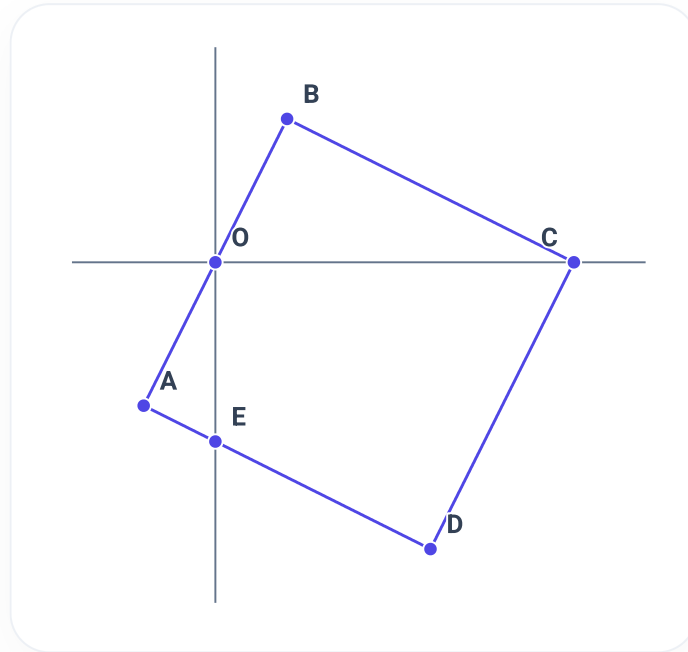
ד. חשבו את שטח המשולש BCE .

ה(1). חשבו את גודל הזווית BEC .

ה(2). חשבו את גודל הזווית DBE .

שאלה 4 · ריבוע במערכת צירים: דמיון משולשים, שיעורי קודקוד ושטח

נתון ריבוע $ABCD$. הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O . הצלע AD חותכת את ציר ה- y בנקודה E . הקודקוד C מונח על ציר ה- x (ראו סרטוט).



א(1). הוכיחו: $\angle AEO = \angle BOC$.

א(2). הוכיחו: $\triangle OAE \sim \triangle CBO$.

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB .

ב. מצאו את היחס: $\frac{BO}{AE}$.

נתון: $E(0, -5)$.

ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C .

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B .

ה. מצאו את שטח הריבוע $ABCD$.

ו. האם מתקיים: $\angle BCO = \angle OCE$? נמקו.

שאלה 5 · חקירת פונקציה רציונלית זוגית ושיקוף עם הזזה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2-1}{x^2-1}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

א(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + k$, k הוא פרמטר. נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא: $y = 1$.

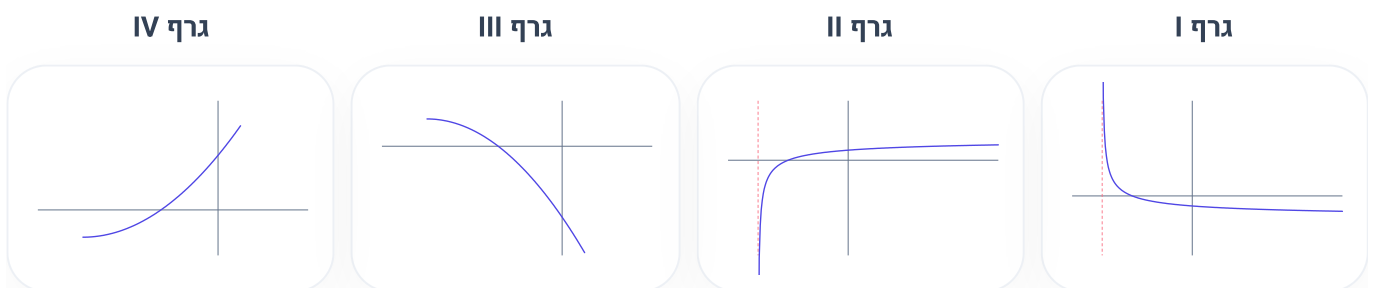
ד(1). מצאו את k .

ד(2). מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

שאלה 6 · חקירת פונקציית שורש עם פרמטר, גרף הנגזרת ושטח מתחת לנגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = x - 2 \cdot \sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6, 0)$.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א. הראו כי: $a = 3$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

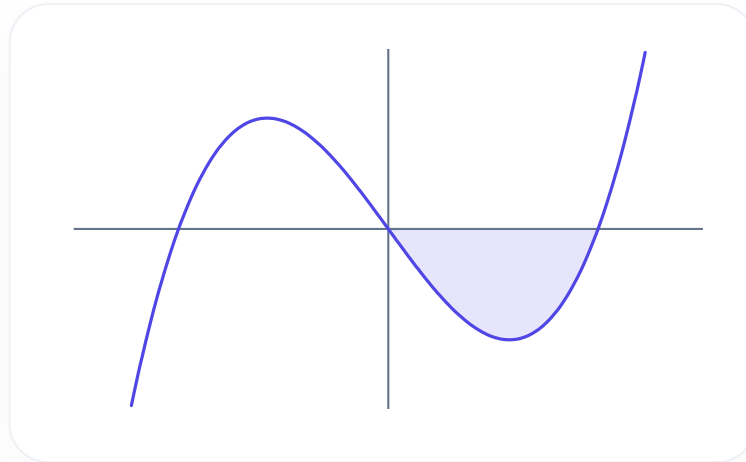
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x = 1$, וציר ה- x .

שאלה 7 · מגרף הנגזרת לגרף הפונקציה: קיצון, שטח וחיתוך עם ישר אופקי

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות: $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$ בלבד.



- א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.
- ב. S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x . נתון: $S = 8$, $f(2) = 3\frac{1}{2}$. מצאו את $f(0)$.
- ג. נתון: $f(-2) = f(2)$. לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטה אופקית. סרטוטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. בעבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

כל הברריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math