

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: שבירת שיא במשחה

בבריכת "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של 100 מטר חופשי. השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות. קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה. זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות. בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות: קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות, וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: משקל עכברים ומנת המזון היומית

חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר Y (בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו X (בגרמים). הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

משקל מנת המזון היומית X (בגרמים)	1	2	3	3	3	4	4	4	5	5
משקל העכבר Y (בגרמים)	12	13	14	15	16	20	22	24	28	30

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים, וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0 , -0.123 , 0.923 , 1 . אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו. בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקלי העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם.

לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכוילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכוילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?

שאלה 3 · הסתברות מותנית: הצטיינות בבגרות והישגים באוניברסיטה

אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם. 20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים. מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה. מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בוחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה. מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

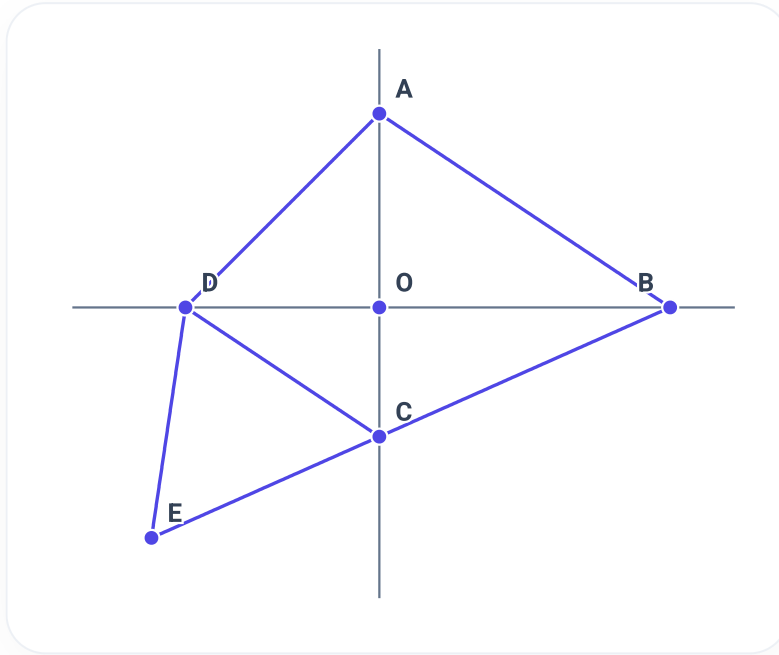
ב. בוחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה. מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות (1)-(2), שפורסמו בתקשורת. קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.
(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.
(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים. מהי ההסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

שאלה 4 · טרפז על הצירים: משוואת צלע, זוויות והיקף משולש

המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel CD$), שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם. ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז. נתון: $A(0, 6)$, $AO = OD$. ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.



א(1). מצאו את האורך של BD .

א(2). מצאו את שיעורי הקודקודים D ו- B .

ב. מצאו את משוואת הצלע CD .

ג(1). מצאו את גודל הזווית OBC .

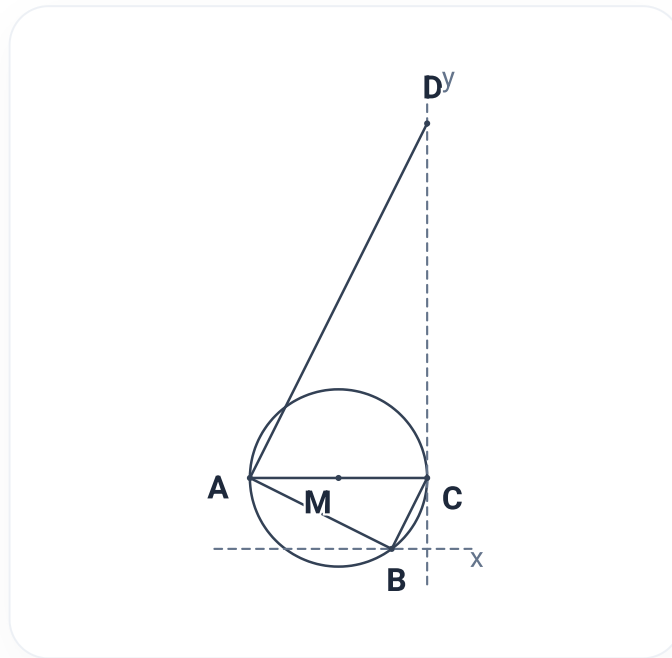
ג(2). מצאו את גודל הזווית ABC .

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC , ונתון כי: $DE = DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE .

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר: דמיון משולשים, משוואת המעגל ושטח מרובע

המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M . הצלע AC היא קוטר במעגל. המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותר את ציר ה- x בנקודה B , כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\angle BAC = \angle ADC$.



א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.

ב. האם $BC \parallel AD$? נמקו.

נתון: $B(-2, 0)$, $C(0, 4)$.

ג(1). מצאו את משוואת הצלע AB .

ג(2). מצאו את שיעורי הקודקוד A .

ג(3). מצאו את משוואת המעגל.

ד(1). מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA .

ד(2). מצאו את שטח המרובע $ABCD$.

שאלה 6 · פונקציה רציונלית: חקירה, זיהוי גרף ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

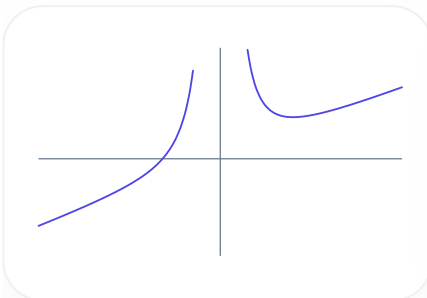
א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x . בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

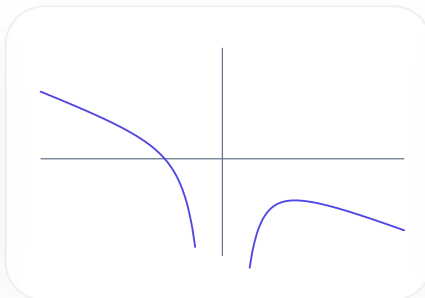
ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים I-III שלפניכם מתאר את הפונקציה $f(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

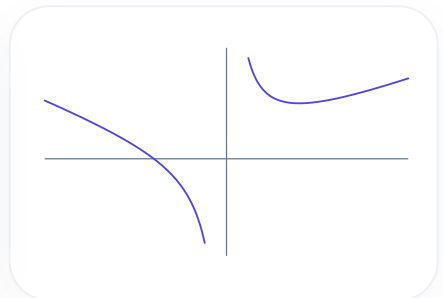
גרף III



גרף II



גרף I



ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$, על ידי הישר $x = 2$ ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 7 · פונקציית שורש עם פרמטר: קיצון בקצה התחום וגרף הנגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8,0)$ בלבד.

א. מצאו את b .

הציבו: $b = 9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג(1). מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג(2). מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ג(3). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

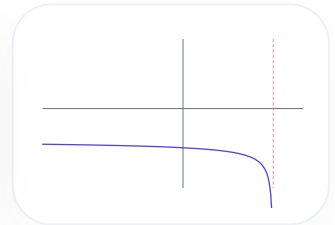
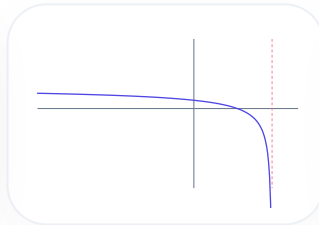
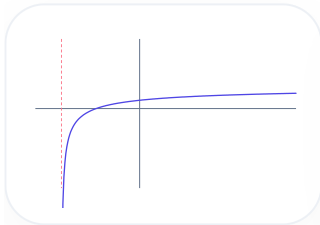
ד. אחד מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

גרף IV

גרף III

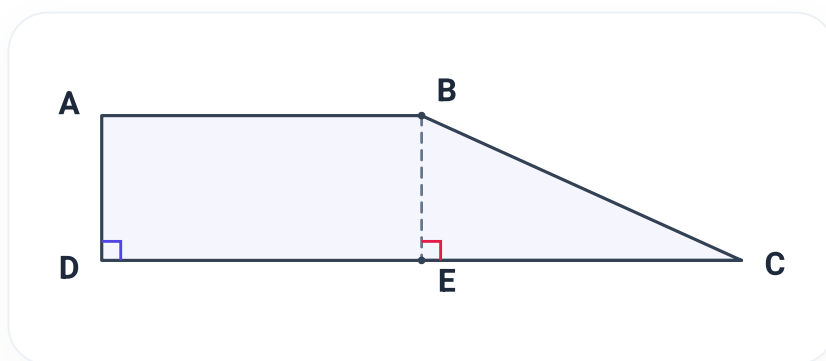
גרף II

גרף I



שאלה 8 · בעיית קיצון בטרפז ישר-זווית: סכום ריבועי השוקיים

המרובע $ABCD$ הוא טרפז ישר-זווית, $AB \parallel DC$ (ראו סרטוט). גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC . שטח הטרפז הוא: $12\sqrt{2}$. נסמן ב- x את אורך הצלע AB .



א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז $(AD^2 + BC^2)$ הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.