

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: קצב התארכות השיער ושמפו שמגביר אותו

חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר, ובו לבדוק את קצב התארכות שיער הראש של אנשים בס"מ לשנה. החברה בדקה מספר רב של אנשים. היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:

1. השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ-12 ס"מ בשנה.

2. השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ-12.56 ס"מ בשנה.

א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?

ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?

חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב-10% את קצב התארכות השיער.

ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?

ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע. לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו את תשובתכם.

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: גודל מסך הטאבלט וזמן ההחלטה

בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הלינארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y). ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים. לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

- חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו- y .
- חשבו את מקדם המתאם r .
- מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך. בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.
- על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?
- בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב-20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה: (1) מקדם המתאם r . (2) סטיית התקן של המשתנה y . (3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

שאלה 3 · הסתברות: עפרונות בקלמר - החזרה רק לחלק מהצבעים

בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים: 15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים. דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר. אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר. לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב(1). מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

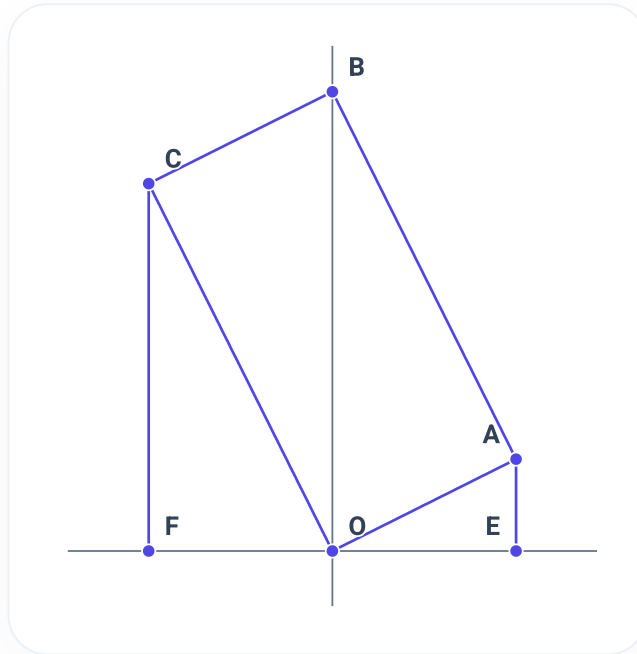
ב(2). ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע. מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים?

דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 2 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים. לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה. נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא: $\frac{1}{30}$.

ג. מצאו את x .

שאלה 4 · מקבילית במערכת צירים: דמיון משולשים, שיעורי קודקודים ומלבן

במקבילית $OABC$ הקודקוד B מונח על ציר ה- y והנקודה O היא ראשית הצירים. מן הקודקודים A ו- C העבירו אנכים לציר ה- x , החותכים אותו בנקודות E ו- F בהתאמה. נתון: $\angle AOE = \angle COB$.



א(1). הוכיחו: $\angle AOE = \angle OCF$.

א(2). הוכיחו כי המשולשים AOE ו- OCF דומים.

שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE . משוואות הישרים AE ו- CF הן: $x = 4$ ו- $x = -4$ בהתאמה.

ב(1). מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים AOE ו- OCF .

ב(2). מצאו את אורכי הצלעות OE ו- CF .

ב(3). מצאו את שיעורי הקודקודים A ו- C .

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

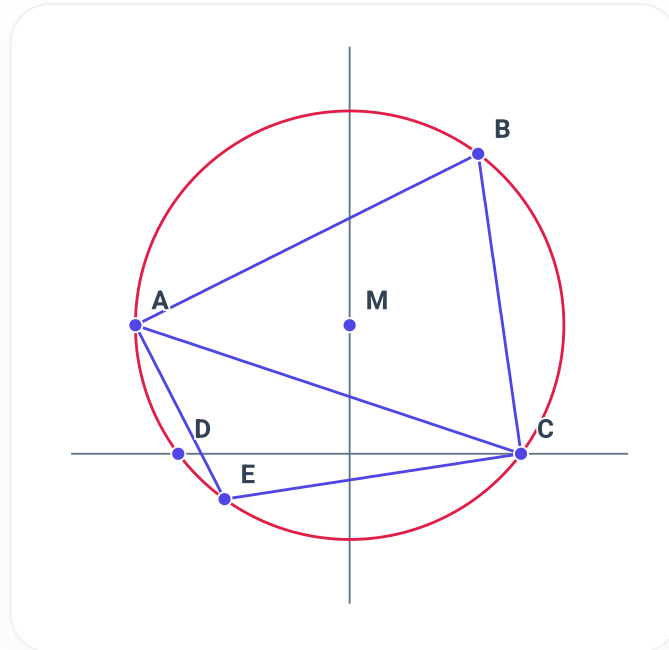
ד. הוכיחו כי המקבילית $OABC$ היא מלבן.

ה. אלכסוני המלבן $OABC$ נפגשים בנקודה M .

ה. האם נכון כי: $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$? נמקו את תשובתכם.

שאלה 5 · מעגל במערכת צירים: משולש חסום, משפט הסינוסים ומרובע חסום

במעגל חסום משולש חד זווית ABC . נתון: $A(-5, 3)$, $B(3, 7)$. מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- y . המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות C ו- D , כמתואר בסרטוט שלפניכם.



א(1). הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם: $(0, 3)$.

א(2). מצאו את משוואת המעגל.

א(3). מצאו את שיעורי הנקודות C ו- D .

ב(1). מצאו את אורך הצלע AC .

ב(2). מצאו את גודל הזווית ABC .

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC . נתון: $EC = 7$.

ג. מהו גודל הזווית AEC ? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC .

שאלה 6 · חקירת פונקציה רציונלית והקיצון של פונקציה שהנגזרת שלה נתונה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{16-9x^2}{1-x^2}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

א(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

א(4). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

א(5). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

שאלה 7 · חקירת פונקציה עם שורש, זיהוי גרף הנגזרת ושטח מתחתיו

נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{2x+10}$.

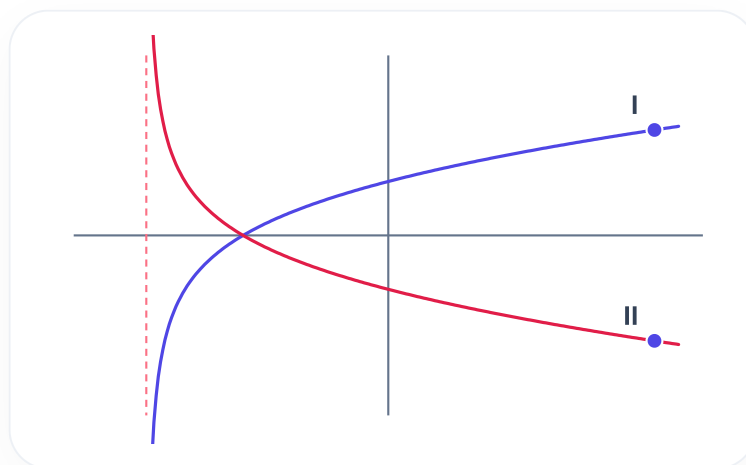
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. לפניכם שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקציה: $g(x) = -f'(x)$.

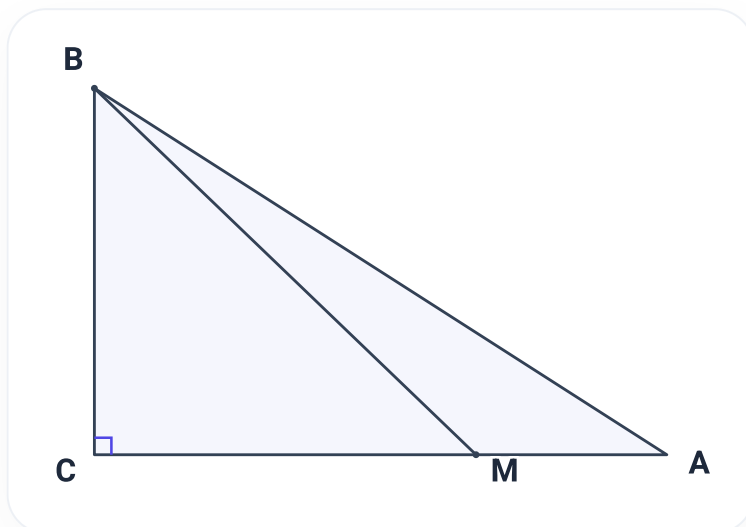


ה. קבעו איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 8 · בעיית קיצון במשולש ישר זווית: סכום ריבועי מרחקים

ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. שטח המשולש ABC הוא 18. M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים: $MC = 2MA$ (ראו סרטוט). נסמן את אורך הקטע MA ב- x .



א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC .

ב(1). מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M משלושת קודקודי המשולש $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$ הוא מינימלי.

ב(2). האם ייתכן שהסכום: $MA^2 + MB^2 + MC^2$ הוא 75? נמקו את תשובתכם.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math