

**שאלה 1 · התפלגות נורמלית: זמני שחייה ושבירת שיא**

בבריכת "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של 100 מטר חופשי. השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות. קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה. זמני השחייה של השחינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות. בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות: קבוצה של 150 שחינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות, וקבוצה של 150 שחינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

**שאלה 2 · ישר הרגרסיה: ציון חסר ונקודת הממוצעים**

מורה למתמטיקה לתלמידי כיתה י"א רצתה לבדוק את הקשר הלינארי בין ציוני תלמידיה בבחינת הבגרות במתמטיקה (המשתנה  $x$ ) ובין ציוני ההגשה שלהם (המשתנה  $y$ ). בטבלה שלפניכם מוצגים הציונים של חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2022. ציון ההגשה של התלמיד החמישי אינו מוצג.

| ציון בבחינת הבגרות ( $x$ ) | ציון ההגשה ( $y$ ) |
|----------------------------|--------------------|
| 59                         | 78                 |
| 60                         | 81                 |
| 60                         | 81                 |
| 60                         | 81                 |
| 61                         | ?                  |

**א.** מצאו את ממוצע ציוני בחינת הבגרות של תלמידים אלה.

המורה חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  על פי  $x$ . נתון כי בעבור:  $x = 60$  מנובא הערך:  $y = 80$ . נתון גם כי שיפוע ישר הרגרסיה הוא 0.5.

**ב(1).** מצאו את משוואת ישר הרגרסיה.

**ב(2).** מצאו את ציון ההגשה של התלמיד החמישי. נמקו.

בעבור חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2021 חישבה המורה את מקדם המתאם בין שני המשתנים, ואז חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי  $y$  על פי  $x$ . היא גילתה שציון ההגשה של כל אחד מן התלמידים זהה בדיוק לציון ההגשה המנובא לו באמצעות ישר הרגרסיה.

**ג.** קבעו מהן שתי הטענות האפשריות מבין הטענות (1)-(4) שלפניכם. נמקו. (1)  $0 < r < 1$  (2)  $r = 1$  (3)  $r = -1$  (4)  $-1 < r < 0$

### שאלה 3 · עץ הסתברויות: הוצאת כפתורים עם החזרה תלויה בצבע

בקופסה יש 4 כפתורים אדומים ו-3 כפתורים כחולים. דנה משחקת בכפתורים: היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה. אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה, ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה. לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

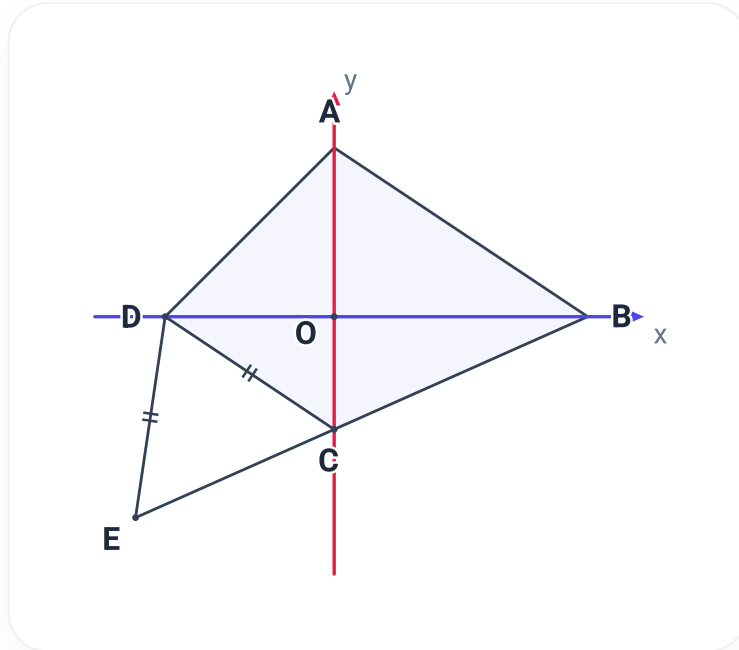
רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים: הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B. אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתיח. אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה. מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

#### שאלה 4 · טרפז על הצירים: שיעורים, משוואת צלע, זוויות ומשפט הסינוסים

המרובע  $ABCD$  הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ), שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם. ראשית הצירים  $O$  היא מפגש האלכסונים של הטרפז. נתון:  $A(0,6)$ ,  $AO = OD$ . ידוע כי שטח המשולש  $ABD$  שווה ל-45.



א(1). מצאו את האורך של  $BD$ .

א(2). מצאו את שיעורי הקודקודים  $D$  ו- $B$ .

ב. מצאו את משוואת הצלע  $CD$ .

ג(1). מצאו את גודל הזווית  $OBC$ .

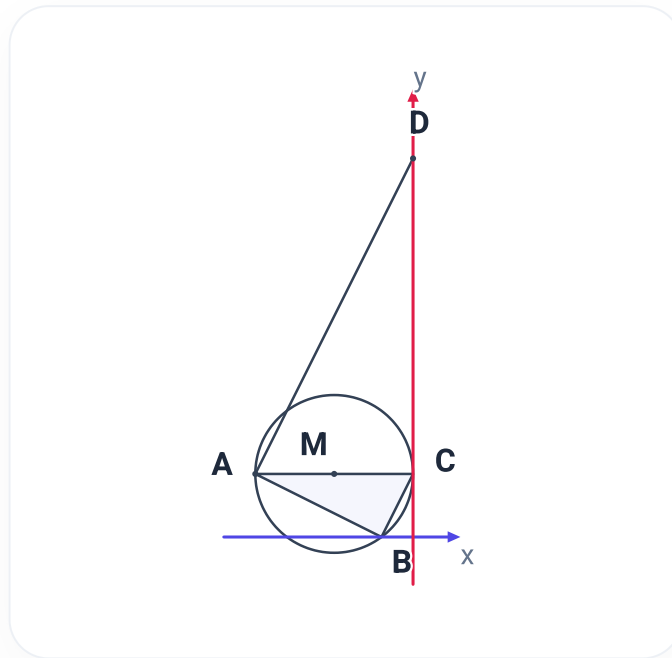
ג(2). מצאו את גודל הזווית  $ABC$ .

הנקודה  $E$  נמצאת על המשך הצלע  $BC$ , ונתון כי:  $DE = DC$  (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש  $CDE$ .

### שאלה 5 · משולש חסום במעגל המשיק לציר: דמיון, משוואת המעגל ושטח

המשולש  $ABC$  חסום במעגל שמרכזו  $M$ . הצלע  $AC$  היא קוטר במעגל. המעגל משיק לציר ה- $y$  בנקודה  $C$  וחותר את ציר ה- $x$  בנקודה  $B$ , כמתואר בסרטוט. הנקודה  $D$  נמצאת על ציר ה- $y$  וידוע כי:  $\angle BAC = \angle ADC$ .



א. הוכיחו:  $\Delta ABC \sim \Delta DCA$ .

ב. האם  $BC \parallel AD$ ? נמקו.

נתון:  $B(-2, 0)$ ,  $C(0, 4)$ .

ג(1). מצאו את משוואת הצלע  $AB$ .

ג(2). מצאו את שיעורי הקודקוד  $A$ .

ג(3). מצאו את משוואת המעגל.

ד(1). מצאו את יחס הדמיון בין המשולש  $ABC$  ובין המשולש  $DCA$ .

ד(2). מצאו את שטח המרובע  $ABCD$ .

**שאלה 6 · פונקציה רציונלית עם פרמטר: חקירה, סקיצה ושיקוף**

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - a}$  .  $a$  הוא פרמטר. נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(3, 1.2)$  .  
**א.** מצאו את  $a$  .

הציבו:  $a = 4$  בפונקציה  $f(x)$  וענו על הסעיפים ב'ו'.

**ב.** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  .

**ג.** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$  .

**ד.** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

**ה.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 1$  .

**ו(1).** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  .

**ו(2).** כמה פתרונות יש למשוואה  $g(x) = 1$  ? נמקו.

**שאלה 7 · פונקציה עם שורש ופרמטר: קיצון, סקיצה ושטח מתחת לגרף הנגזרת**

נתונה הפונקציה:  $f(x) = 6x \cdot (\sqrt{x} - m)$  .  $m > 0$  הוא פרמטר.

**א.** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  .

לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה  $x = 4$  .

**ב(1).** מצאו את  $m$  .

**ב(2).** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

**ב(3).** מצאו את שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה  $f(x)$  , וקבעו את סוגה.

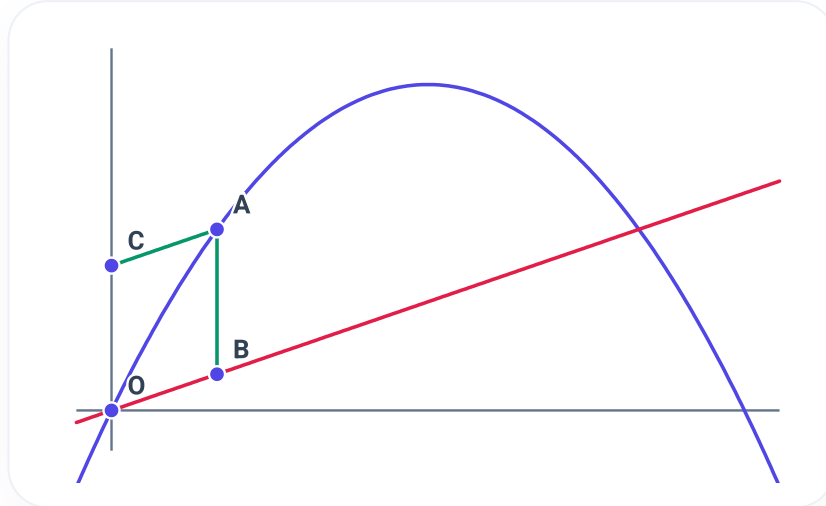
**ג.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

**ד(1).** סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום:  $x \geq 1$  .

**ד(2).** חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  , על ידי הישר  $x = 1$  ועל ידי ציר ה- $x$  .

## שאלה 8 · בעיית קיצון: מקבילית בין פרבולה לישר

נתונים הפונקציה:  $f(x) = -x^2 + 18x$  והישר:  $y = 3x$ . הנקודה  $A$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון. הנקודה  $B$  נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה  $A$  נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.  $O$  היא ראשית הצירים. הנקודה  $C$  נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- $y$  כך שהמרובע  $ABOC$  הוא מקבילית. נסמן ב- $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $A$ .



א. הביעו באמצעות  $t$  את אורך הצלע  $AB$  ואת אורך הגובה לצלע  $AB$  במקבילית.

ב. מצאו את הערך של  $t$  שבעבורו שטח המקבילית  $ABOC$  הוא מקסימלי.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: [www.guyai.co.il/bagrut/math](http://www.guyai.co.il/bagrut/math)