

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: מיון מלפפונים לפי אורך

במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. כל המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות. שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות. ידוע כי האורך הממוצע של מלפפונים הוא 10.56 ס"מ, וסטיית התקן היא 3 ס"מ.

א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות.

התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש. נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד.

ב(1). מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד.

ב(2). מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.

לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים. גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. 50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ-11.5 ס"מ. 12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ-14.26 ס"מ.

ג. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: מספר ילדים והוצאה על דלק

סטטיסטיקאית ערכה מחקר בקרב זוגות. היא החליטה לבדוק את הקשר בין מספר הילדים שיש לזוג (המשתנה x) ובין ההוצאה החודשית על דלק של הזוג (המשתנה y). לצורך כך היא דגמה 4 זוגות ממאגר הנתונים שלה:

- זוג ללא ילדים שההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,500 שקלים.
- זוג שיש לו ילד אחד, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,800 שקלים.
- זוג שיש לו שלושה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 2,900 שקלים.
- זוג שיש לו ארבעה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 3,800 שקלים.

א. סרטטו את דיאגרמת הפיזור המתאימה לארבעת הזוגות שבמדגם. רשמו את ערכי הנקודות על הצירים.

הסטטיסטיקאית חישה את סטיית התקן של המשתנה y וקיבלה: $S_y = \sqrt{835,000}$.

ב(1). מצאו את ממוצע מספר הילדים שיש לזוג במדגם ואת ההוצאה החודשית הממוצעת על דלק של זוג במדגם.

ב(2). חשבו את מקדם המתאם בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההוצאה החודשית על דלק לפי מספר הילדים.

בעקבות עליית מחירי הדלק, עלתה ב-6% ההוצאה החודשית של כל אחד מן הזוגות על דלק. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו גדל, קטן או לא השתנה.

ד(1). סטיית התקן של המשתנה y .

ד(2). מקדם המתאם r .

שאלה 3 · הסתברות: דירות משופצות במתחם

במתחם דירות יש שני סוגי דירות - דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש. ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$. חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות. מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות. 32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א(1). בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם. מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?

א(2). מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

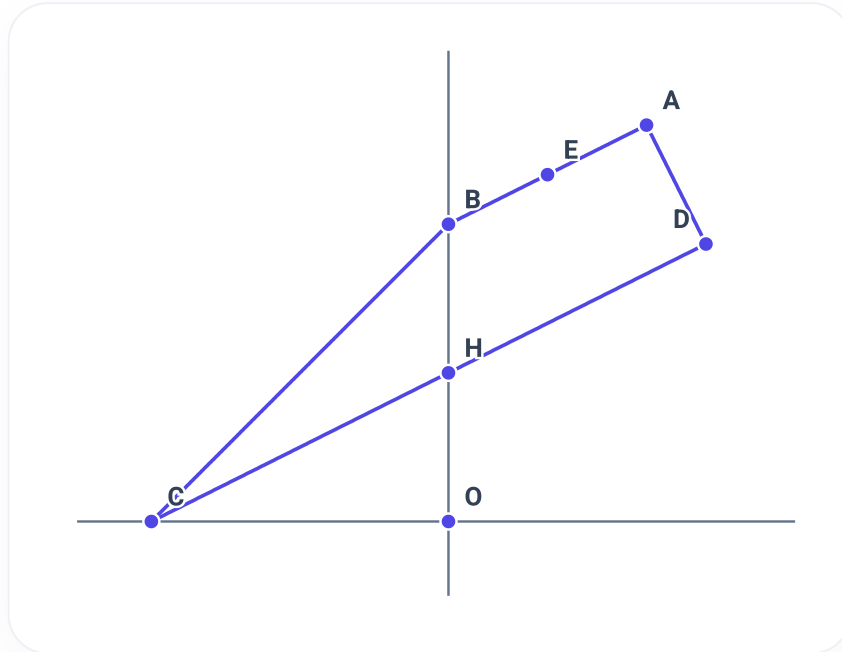
ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות. מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?

48 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

שאלה 4 · טרפז ישר זווית במערכת צירים

בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית $ABCD$ ($\angle D = 90^\circ$, $AB \parallel DC$). הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והקודקוד C נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x . הבסיס CD חותך את ציר ה- y בנקודה H . נתון: הנקודה $E(2, 7)$ נמצאת על הבסיס AB . משוואת שוק הטרפז AD היא: $y = -2x + 16$.



א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C .

ג. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).

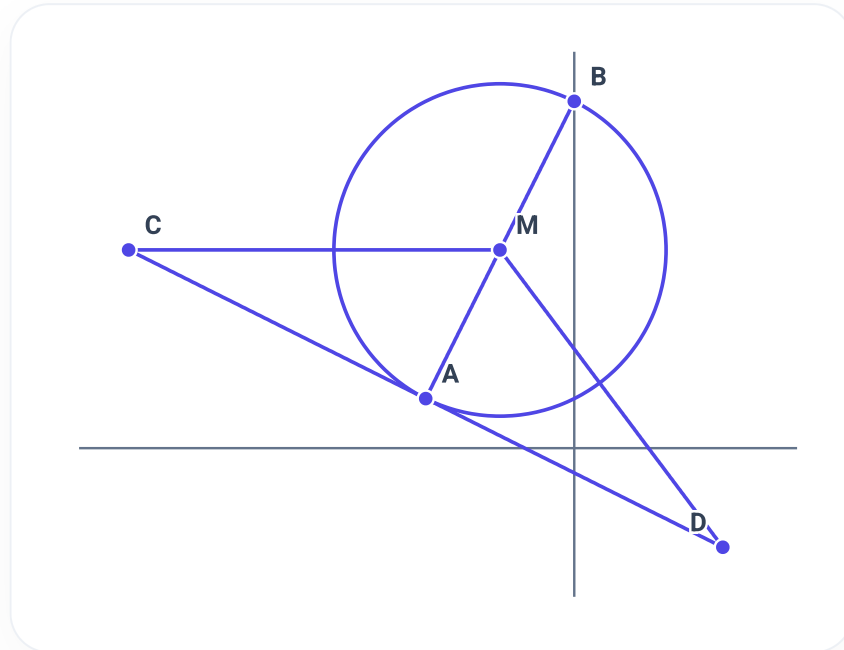
ד(1). מצאו את משוואת הישר CD .

ד(2). מצאו את גודל הזווית CHB .

ה. חשבו את שטח המשולש CBE .

שאלה 5 · מעגל, משיק וחוצה זווית במערכת צירים

הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M . הקטע CD משיק למעגל בנקודה A . הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y , כמתואר בסרטוט. AM הוא חוצה זווית CMD .



א. הוכיחו כי משולש CMD הוא שווה שוקיים.

נתון כי משוואת המעגל היא: $(x+3)^2 + (y-8)^2 = 45$, וכי שיעור ה- y של הנקודה B גדול מ-8.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו- B .

נתון כי הקטע CM מקביל לציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .

הנקודה E היא אמצע הקטע CM , והנקודה F היא אמצע הקטע DM .

ד(1). הוכיחו כי: $\triangle CMD \sim \triangle EMF$.

ד(2). חשבו את היחס בין שטח המשולש CMD ובין שטח המשולש EMF .

שאלה 6 · חקירת פונקציה רציונלית וזיהוי גרף הנגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-9} + 4$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

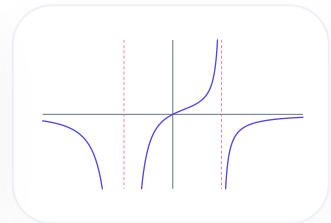
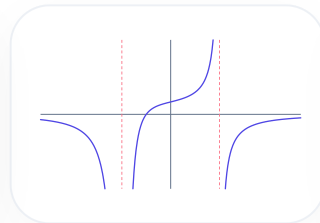
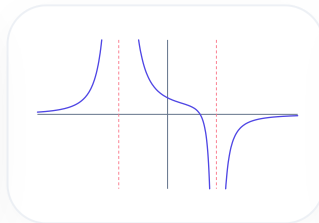
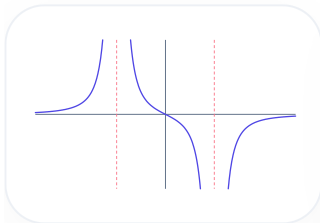
ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

גרף IV

גרף III

גרף II

גרף I



ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

(1) בכל נקודה בתחום $x > 3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

(2) בכל נקודה בתחום $x < -3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

שאלה 7 · פונקציית שורש עם פרמטר: חקירה וקיצון בקצה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$, $b > 0$, הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-14, 0)$.

א. מצאו את הערך של b .

הציבו: $b = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

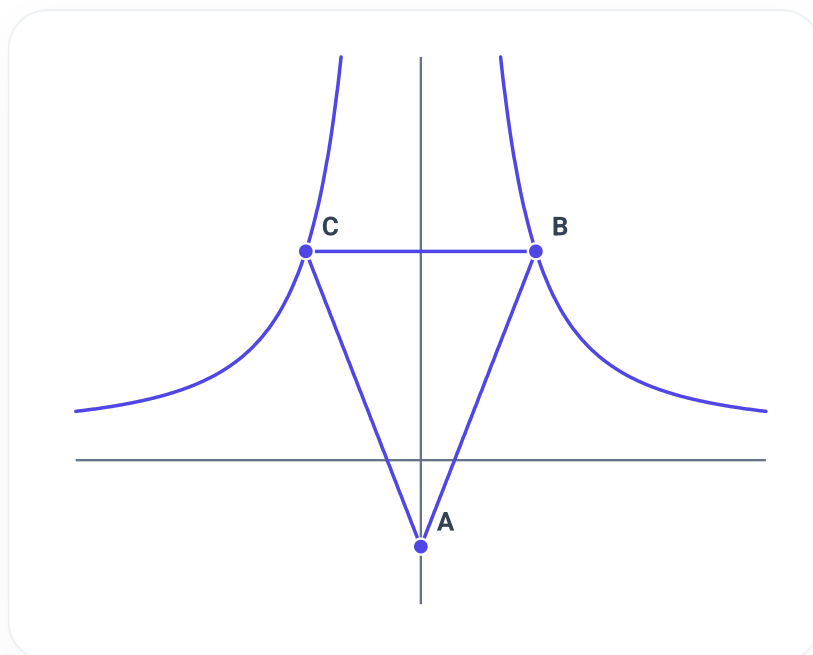
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה פונקציה $g(x)$, המקיימת: $g'(x) = -f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

שאלה 8 · בעיית קיצון: משולש שקודקדיו על גרף פונקציה רציונלית

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{100}{x^2} + 1$. נתונה הנקודה A , ששיעוריה הם $(0, -3)$. הנקודות B ו- C נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בסרטוט. הישר BC מקביל לציר ה- x . נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.



- א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו- C .
- ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
- ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC .

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math