

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: אורכי גבעולים במשתלה

במשתלת "עץ ופרח" מגדלים צמחים מסוגים שונים. בשנה מסוימת, אורכי הגבעולים של הצמחים במשתלה התפלגו נורמלית, והאורך הממוצע של הגבעולים היה 64 ס"מ. צמחים שאורך הגבעול שלהם קטן מ-55 ס"מ נמכרים לחנויות מקומיות. נתון כי בשנה זו 32.6% מן הצמחים במשתלה נמכרו לחנויות מקומיות.

א. מצאו את סטיית התקן של אורכי הגבעולים בשנה זו.

צמחים שאורך הגבעול שלהם גדול מ-80 ס"מ נשלחים לייצוא. בשנה זו, 9,540 מן הצמחים במשתלה נשלחו לייצוא.

ב(1). מצאו את אחוז הצמחים במשתלה שנשלחו לייצוא.

ב(2). על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה צמחים לא נשלחו לייצוא ולא נמכרו לחנויות מקומיות?

בשנה שלאחר מכן, אורכי הגבעולים של הצמחים במשתלה התפלגו נורמלית, וסטיית התקן הייתה 25 ס"מ. גם בשנה זו צמחים שאורך הגבעול שלהם קטן מ-55 ס"מ נמכרו לחנויות מקומיות. בשנה זו גידלו במשתלה 40,000 צמחים בסך הכול. 4,000 מן הצמחים נמכרו לחנויות מקומיות.

ג. מצאו את האורך הממוצע של גבעולי הצמחים בשנה זו.

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: הוצאות על פרסום והכנסות

בחברת שיווק בדקו את הקשר בין ההוצאות על פרסום (המשתנה x) ובין ההכנסות (המשתנה y) של 5 חברות א'-ה' בחודש מסוים. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

החברה	הוצאות על פרסום (באלפי שקלים), המשתנה x	הכנסות (באלפי שקלים), המשתנה y
א'	10	16
ב'	15	17
ג'	20	20
ד'	25	34
ה'	30	68

א(1). חשבו את ממוצע ההוצאות על פרסום של 5 החברות בחודש זה.

א(2). חשבו את סטיית התקן של ההוצאות על פרסום של 5 החברות בחודש זה.

חברת השיווק מצאה כי ממוצע ההכנסות של 5 החברות בחודש זה היה 31 אלף שקלים, וכי סטיית התקן של ההכנסות שלהן הייתה $8\sqrt{6}$ אלף שקלים.

ב. מצאו את מקדם המתאם r .

ג(1). מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

ג(2). על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי להכנסות החודשיות בחברה שההוצאות החודשיות שלה על פרסום הן 24 אלף שקלים?

בחודש שלאחר מכן גדלו ההכנסות של כל אחת מן החברות ב-15% (ההוצאות על פרסום של כל אחת מן החברות לא השתנו).

ד. לפניכם שלושה היגדים I-III. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעתכם.

I. בחודש שבו גדלו ההכנסות הייתה סטיית התקן של ההכנסות $10\sqrt{6}$.

II. בחודש שבו גדלו ההכנסות, שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x - לא השתנה.

III. הנקודה $(20, 35.65)$ נמצאת על ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x בחודש שבו גדלו ההכנסות.

שאלה 3 · הסתברות מותנית: פלפלים גדולים וקטנים

במשק חקלאי מסוים מגדלים שני סוגים של פלפלים: פלפלים גדולים ופלפלים קטנים. מספר הפלפלים הגדולים גדול פי 4 ממספר הפלפלים הקטנים. בוחרים באקראי פלפל אחד מבין כל הפלפלים במשק החקלאי.

א. מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל קטן?

הפלפלים הגדולים במשק החקלאי הם אדומים או צהובים, והפלפלים הקטנים הם אדומים או ירוקים. 0.6 מן הפלפלים הגדולים הם אדומים. 0.75 מן הפלפלים הקטנים הם אדומים. בוחרים באקראי פלפל אחד מבין כל הפלפלים במשק החקלאי.

ב. מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל גדול צהוב?

ג(1). מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל אדום?

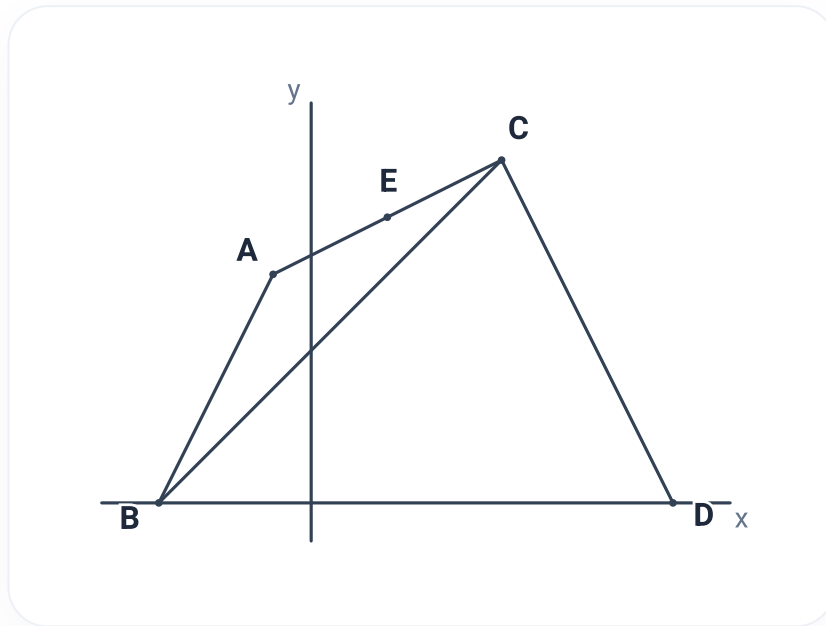
ג(2). ידוע שנבחר פלפל אדום. מהי ההסתברות שפלפל זה הוא פלפל גדול?

כל הפלפלים במשק החקלאי נשלחים לשני בתי אריזה א' ו-ב'. לבית אריזה א' נשלחים כל הפלפלים האדומים, ולבית אריזה ב' נשלחים כל הפלפלים הצהובים וכל הפלפלים הירוקים.

ד. האם אחוז הפלפלים הגדולים בבית אריזה א' גדול או קטן מאחוז הפלפלים הגדולים בבית אריזה ב'? נמקו את תשובתכם.

שאלה 4 · משולש שווה שוקיים במערכת צירים: ישרים, זוויות ושטח

בסרטוט שלפניכם משולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$). הקודקוד B נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x . הנקודה D נמצאת על ציר ה- x כך ש- CD מאונך ל- AC . נתון כי הנקודה $E(4, 15)$ היא אמצע הצלע AC , וכי משוואת הישר CD היא: $y = -2x + 38$.



א(1). מצאו את משוואת הישר AC .

א(2). מצאו את שיעורי הקודקוד C .

ב(1). מצאו את אורך הצלע AB .

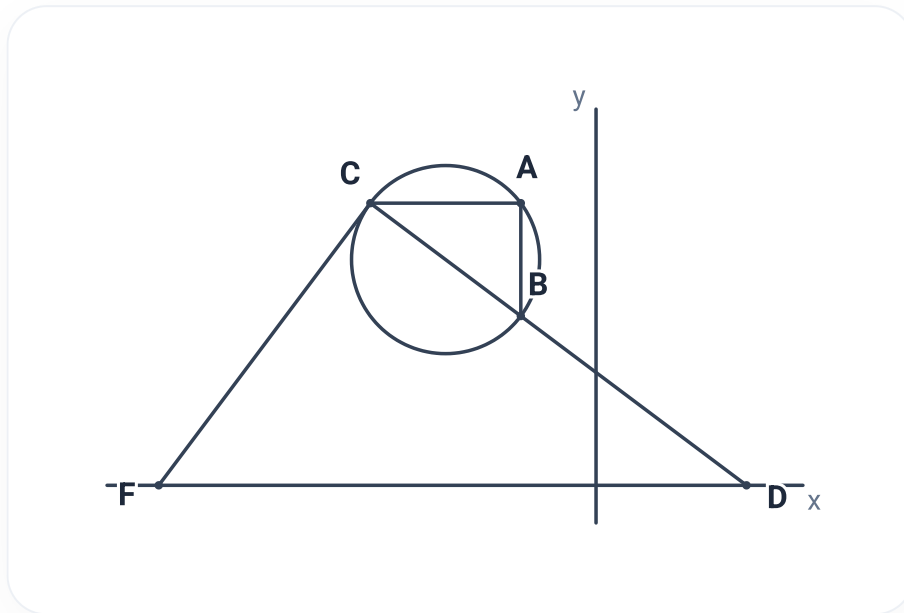
ב(2). מצאו את שיעורי הקודקוד B .

ג. מצאו את גודל הזווית ABD ואת גודל הזווית CBD .

ד. חשבו את שטח המשולש ABC .

שאלה 5 · משולש חסום במעגל ומשיק במערכת צירים: דמיון משולשים

בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום במעגל. הצלע CB היא קוטר במעגל. הצלע AB מקבילה לציר ה- y . המשך הצלע CB חותך את ציר ה- x בנקודה D . דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה F .



א(1). הסבירו מדוע הצלע AC מקבילה לציר ה- x .

א(2). הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle CFD$.

נתון כי $D(8, 0)$, וכי משוואת המשיק CF היא $y = \frac{4}{3}x + 31$.

ב. מצאו את אורך הצלע FD .

ג(1). מצאו את משוואת הצלע CD .

ג(2). מצאו את אורך הצלע CD .

נתון כי יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש CFD הוא $\frac{8}{25}$.

ד. חשבו את היקף המשולש ABC .

שאלה 6 · חקירת פונקציה רציונלית המוגדרת לכל x , והגרף של $|f(x)|$

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{72-18x}{x^2+9} - 1$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

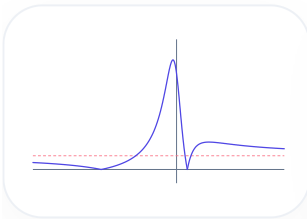
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

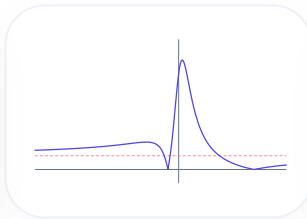
ה(1). מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.

ה(2). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

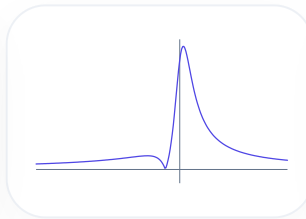
גרף IV



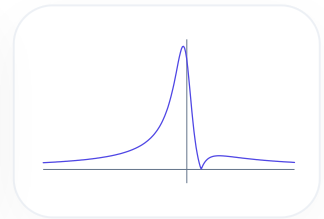
גרף III



גרף II



גרף I



שאלה 7 · פונקציית שורש עם פרמטר: חקירה, גרף הנגזרת ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$. a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הנקודה $(5, 9)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 8$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

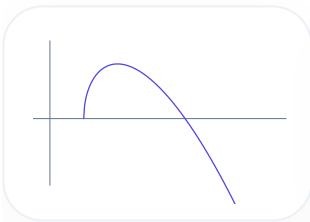
ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

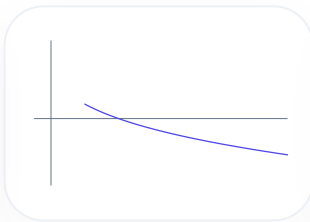
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 2$.

ו(1). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

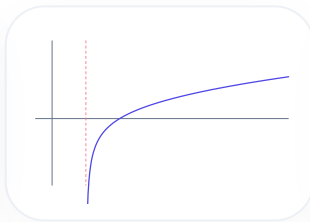
גרף IV



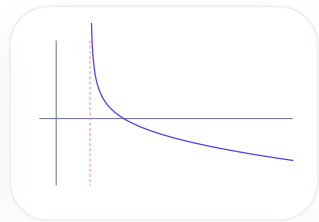
גרף III



גרף II



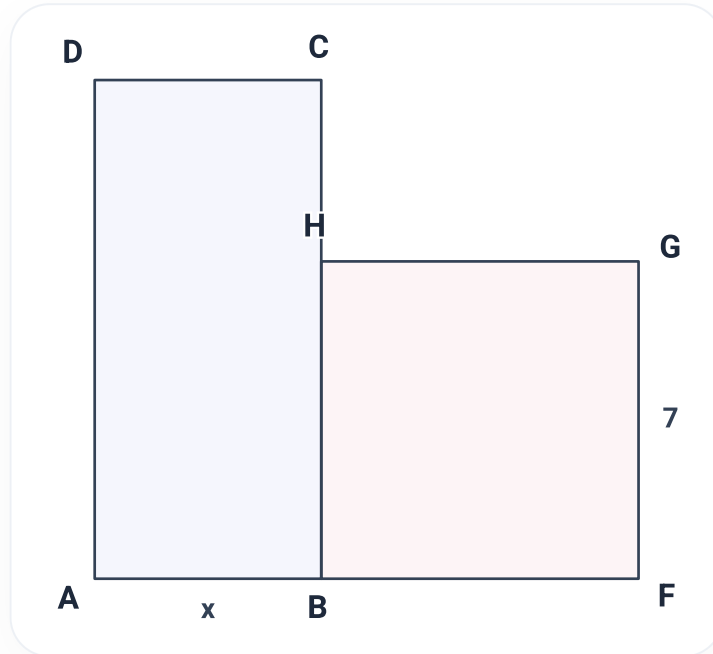
גרף I



ו(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישר $x = 20$.

שאלה 8 · בעיית קיצון: יחס בין שטחים של שני מתחמים בגינה

בסרטוט שלפניכם מתוארת גינה ציבורית המחולקת לשני מתחמים. מתחם $ABCD$ ובו דשא, ומתחם $BFGH$ ובו מתקנים לילדים. כל אחד מן המתחמים הוא בצורת מלבן. נסמן ב- x את אורך הצלע AB . נתון כי אורך הצלע GF הוא 7 מטרים, וכי אורך הצלע BF גדול ב-2 מטרים מאורך הצלע AB . את המתחם $ABCD$ הקיפו בגדר שאורכה 32 מטרים.



א(1). הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD .

א(2). הביעו באמצעות x את שטח המתחם $ABCD$.

ב. הביעו באמצעות x את היחס בין שטח המתחם $ABCD$ ובין שטח המתחם $BFGH$.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו היחס בין שטח המתחם $ABCD$ ובין שטח המתחם $BFGH$ הוא מקסימלי.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math