

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: צעדים יומיים ושעות שינה

במדינה מסוימת נערך מחקר ארצי בתחום הבריאות. במחקר נבדק מספר הצעדים היומי שהולך כל אחד מן המשתתפים. נמצא כי מספר הצעדים היומי מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 800. נמצא כי 37.5% מן המשתתפים במחקר הולכים פחות מ-6,944 צעדים ביום.

א. מצאו את ממוצע מספר הצעדים היומי של המשתתפים במחקר.

משרד הבריאות ממליץ ללכת יותר מ-8,400 צעדים ביום.

ב. מצאו את אחוז המשתתפים במחקר שמקיימים את ההמלצה הזאת.

נמצא כי 14,722 מן המשתתפים במחקר הולכים יותר מ-7,200 צעדים ביום ופחות מ-8,400 צעדים ביום.

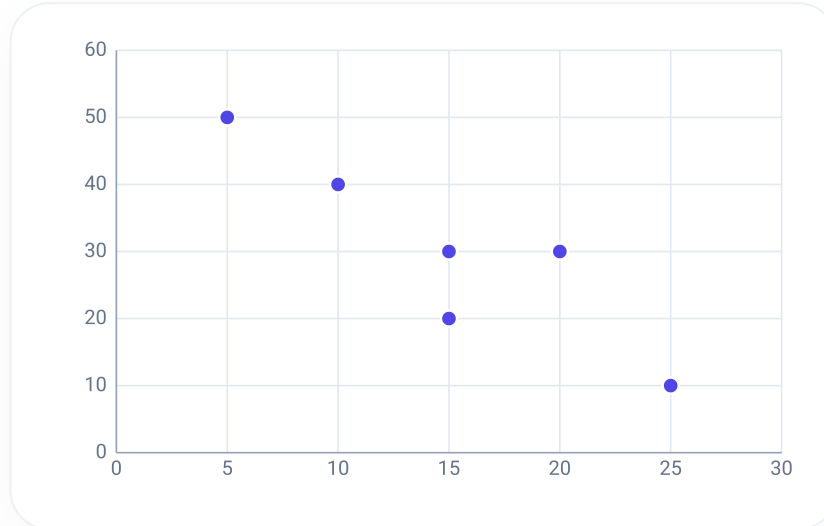
ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה אנשים סך הכול השתתפו במחקר?

במחקר נבדק גם מספר שעות השינה ביממה של כל אחד מן המשתתפים במחקר. נמצא כי גם מספר שעות השינה ביממה מתפלג נורמלית. ממוצע שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר הוא 7 שעות. שרית השתתפה במחקר. מספר שעות השינה ביממה של שרית הוא 9.28, ומספר הצעדים היומי שלה הוא 8,416. ציון התקן של מספר הצעדים היומי של שרית זהה לציון התקן של מספר שעות השינה שלה ביממה.

ד. מצאו את סטיית התקן של מספר שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר.

שאלה 2 · מתאם ורגרסיה: שטח ירוק וזיהום אוויר

חוקר סביבה בדק ב-6 ערים שונות את הקשר בין גודל השטח הירוק (פארקים וגינות) לנפש בעיר (המשתנה x) ובין רמת זיהום האוויר בעיר (המשתנה y). החוקר קבע את רמת זיהום האוויר בכל עיר על פי מדד איכות האוויר AQI (מדד מספרי של כמות המזהמים באוויר). הנתונים מוצגים בדיאגרמת הפיזור שלפניכם (ציר ה- x : גודל השטח הירוק במ"ר לנפש; ציר ה- y : רמת זיהום האוויר).



נסמן ב- r את מקדם המתאם בין x ל- y .

א. לפינתים ארבעה היגדים I-IV. קבעו איזה היגד נכון. נמקו את קביעתכם.

א. $0 < r < 1$

ב. $r = -1$

ג. $-1 < r < 0$

ד. אי אפשר לקבוע את טווח הערכים של r .

ב(1). חשבו את ממוצע גודל השטח הירוק לנפש ב-6 הערים.

ב(2). חשבו את ממוצע רמת זיהום האוויר ב-6 הערים.

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = -1.8x + b$.

ג(1). מצאו את הערך של b .

ג(2). על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי לרמת זיהום האוויר בעיר שגודל השטח הירוק שלה הוא 18 מ"ר לנפש?

ד. חשבו את סטיית התקן של גודל השטח הירוק ב-6 הערים.

החוקר מצא כי סטיית התקן של רמת זיהום האוויר היא $S_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$.

ה. היעזרו במשוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x ומצאו את מקדם המתאם r .

החוקר גילה שהייתה תקלה במכשיר המדידה, וכי למעשה רמת זיהום האוויר בכל אחת מ-6 הערים הייתה גבוהה ב-4 מרמת הזיהום שנמדדה. החוקר תיקן את הנתונים בהתאם לכך.

ו(1). האם שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים גדל, קטן או לא השתנה? נמקו את תשובתכם.

ו(2). כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים של רמת זיהום האוויר.

שאלה 3 · עץ הסתברויות: שתי בדיקות איכות של מחשבים

במפעל מסוים מייצרים מחשבים. כל המחשבים שיוצרו במחזור ייצור מסוים נבדקו בשתי בדיקות איכות כדי לוודא שהם תקינים. בבדיקה הראשונה נמצא ש-80% מן המחשבים הם תקינים. אם מחשב נמצא תקין בבדיקה הראשונה, ההסתברות שבבדיקה השנייה הוא יימצא תקין היא 0.9. אם מחשב לא נמצא תקין בבדיקה הראשונה, ההסתברות שבבדיקה השנייה הוא יימצא תקין היא 0.35. בחרו באקראי מחשב שיוצר במחזור הייצור.

א. מהי ההסתברות שבדיוק באחת הבדיקות המחשב נמצא תקין?

ב. מהי ההסתברות שלפחות באחת הבדיקות המחשב נמצא תקין?

רק מחשב שנמצא תקין בשתי הבדיקות מועבר למכירה. בחרו באקראי מחשב שיוצר במחזור הייצור.

ג. ידוע שהמחשב שנבחר נמצא תקין לפחות באחת הבדיקות. מהי ההסתברות שמחשב זה הועבר למכירה? נתון כי במחזור ייצור זה ייצרו 250 מחשבים.

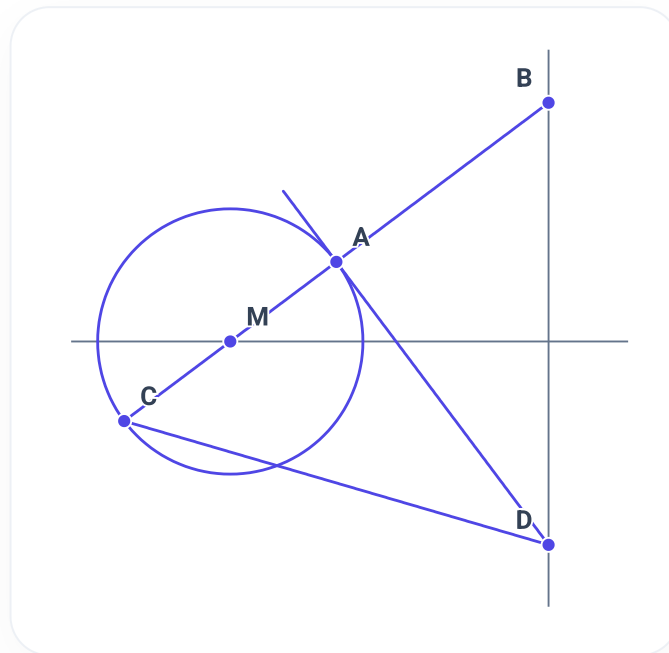
ד. מצאו את מספר המחשבים שהועברו למכירה במחזור ייצור זה.

מבין המחשבים שייצרו במחזור ייצור זה, בוחרים באקראי שני מחשבים זה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).

ה. מהי ההסתברות שבדיוק מחשב אחד הועבר למכירה?

שאלה 4 · מעגל במערכת צירים: משיק, קוטר ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם מעגל. מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- x . הנקודה A נמצאת על המעגל. המשך הקטע MA חותך את ציר ה- y בנקודה B . נתון: $A(-16, 6)$, $B(0, 18)$.



א(1). מצאו את משוואת הישר AB .

א(2). מצאו את משוואת המעגל.

דרך הנקודה A מעבירים משיק למעגל החותך את ציר ה- y בנקודה D .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה D .

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- AC הוא קוטר במעגל.

ג. הראו כי $BD = CD$.

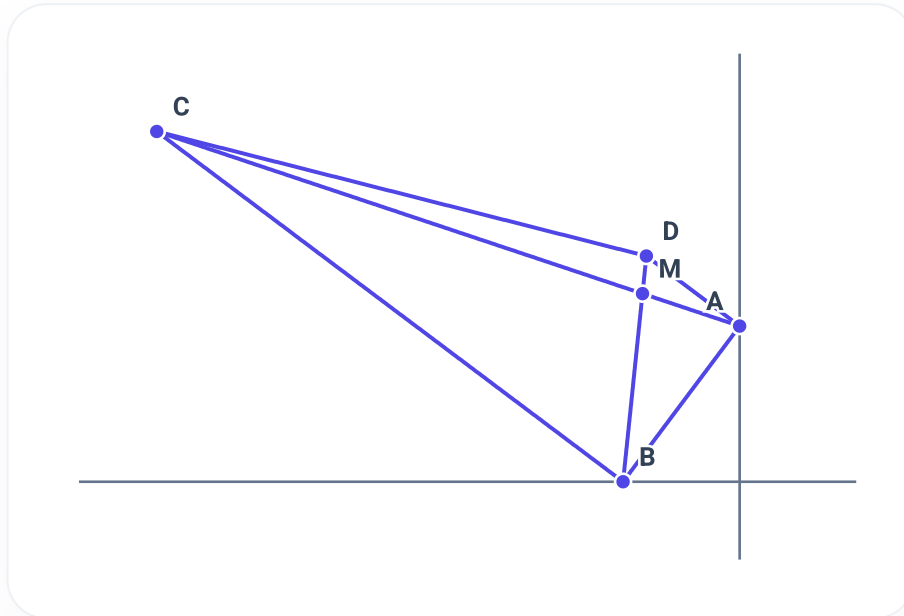
ד. חשבו את גודל הזווית ABD .

הנקודה K נמצאת על הקטע CD . נתון כי שטח המשולש MCK הוא 90 .

ה. מצאו את אורך הקטע CK .

שאלה 5 · טרפז ישר זווית במערכת צירים: אורכים ודמיון

בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$). הקודקוד B נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x . נתון: $A(0,4)$, אורך הצלע AB הוא 5.



- א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .
- ב. מצאו את משוואת הצלע BC .
- ג. מצאו את אורך הצלע BC .
- ד. הוכיחו: $\triangle DMA \sim \triangle BMC$.
- ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BMC משטח המשולש DMA .

שאלה 6 · פונקציה רציונלית זוגית עם פרמטר: חקירה והזזה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2}{x^2-9} + a$. a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 2$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד(4). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x - 7)$.

ו(1). מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

ו(2). האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית? נמקו את תשובתכם.

שאלה 7 · פונקציית שורש: קיצון בקצה, גרף הנגזרת ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

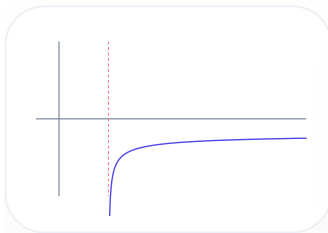
ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

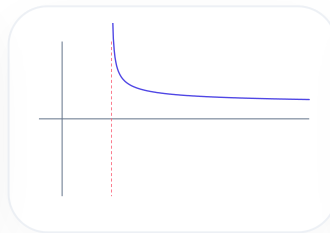
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 3.2$.

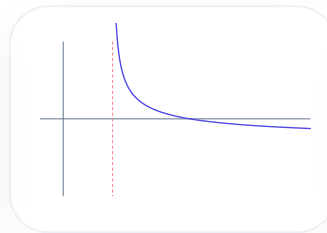
גרף IV



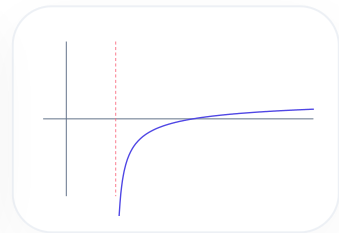
גרף III



גרף II



גרף I



ה(1). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 13$.

שאלה 8 · בעיית קיצון: שטח מתחם משלושה חלקים

אדריכלית נוף תכננה מתחם ציבורי. המתחם מורכב משלושה חלקים המחוברים זה לזה: מבואה - המלבן $ABCD$; שביל גישה - המלבן $BEFC$; גן פסלים - הריבוע $EGHK$. הנקודות A, B, E, G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.



אורך הקטע AG הוא 8 מטרים. אורך הצלע EG גדול פי 2 מאורך הצלע AB . נסמן ב- x את אורך הצלע AB .

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BE .

נתון כי שטח המבואה הוא 1 מ"ר.

ב(1). הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD .

ב(2). הביעו באמצעות x את השטח הכולל של המתחם.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו השטח הכולל של המתחם הוא מינימלי.

ד. האם ייתכן שהשטח הכולל של המתחם הוא 9 מ"ר? נמקו את תשובתכם.

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math