

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: שני מבחני מתכונת

בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.

א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78. אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה. סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.

ב(1). חשבו את הציון הממוצע במתכונת השנייה.

ב(2). מהו האחוז של הציונים במתכונת השנייה? נמקו.

אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.

ג(1). מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?

ג(2). באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמקו את תשובתכם.

שאלה 2 · הסתברות מותנית: חוגי כדורגל וטניס

במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

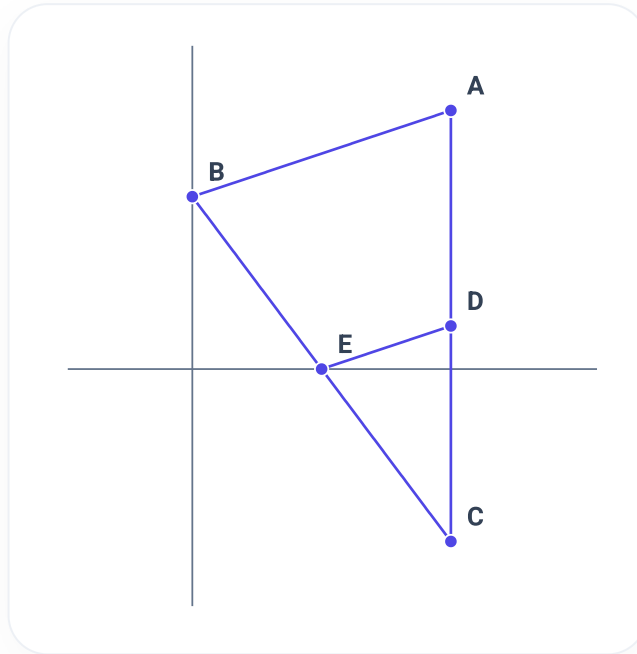
ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.

ג(1). כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

ג(2). מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה). מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס? דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

שאלה 3 • משולש במערכת צירים: קטע אמצעים ומקבילית

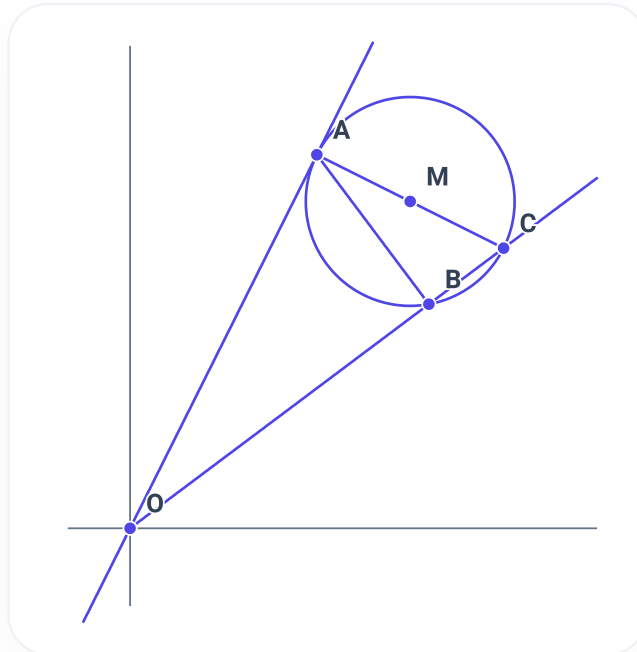
בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC . הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והצלע AC מקבילה לציר ה- y . נתון: $AB = \sqrt{40}$, $A(6, 6)$. שיעור ה- y של הקודקוד B קטן מ-6.



- א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .
- הנקודה E היא אמצע הצלע BC . נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה- x .
- ב. מצאו את שיעורי הנקודות C ו- E .
- הנקודה D היא אמצע הצלע AC . מן הנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y , וחותך את הצלע AB בנקודה F .
- ג(1). הוכיחו כי המרובע $FADE$ הוא מקבילית.
- ג(2). חשבו את שטח המקבילית $FADE$.
- ד. מצאו את גודל הזווית $\angle DEF$.

שאלה 4 · מעגל, משיק מראשית הצירים ומשולשים דומים

בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M . הנקודות A , B ו- C נמצאות על המעגל. המשיק למעגל בנקודה A חותך את הישר BC בראשית הצירים O , כמתואר בסרטוט. נתון: AC הוא קוטר במעגל.



א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle OAC$.

נתון: $BC = 3$, $OC = 15$.

ב. מצאו את אורך AC .

נתון: $M(9, 10\frac{1}{2})$.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת המשיק למעגל בנקודה A היא: $y = 2x$.

ד(1). מצאו את משוואת הישר AM .

ד(2). מצאו את שיעורי הנקודה A .

הישר AM חותך את ציר ה- y בנקודה F .

ה. מצאו את גודל הזווית OFA .

שאלה 5 · חקירת פונקציה רציונלית עם פרמטר, גרף הנגזרת ושטח

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2-1} + b$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (אם צריך, הביעו באמצעות b).

ב(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצאו את b .

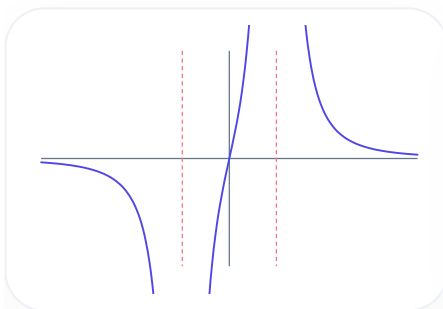
הציבו את b שמצאתם בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד(1). מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

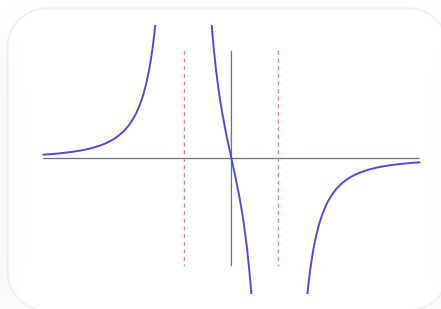
ד(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. לפניכם הגרפים I-III:

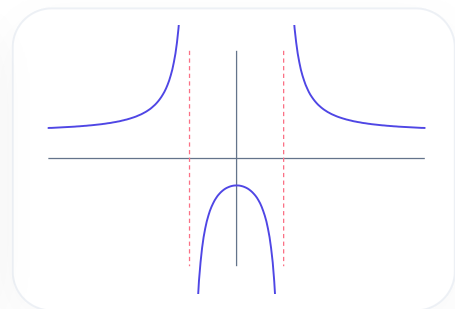
גרף III



גרף II



גרף I



ה. אחד מן הגרפים I-III מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 6 · חקירת פונקציית שורש ושטח משולש בין נקודות קיצון

נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

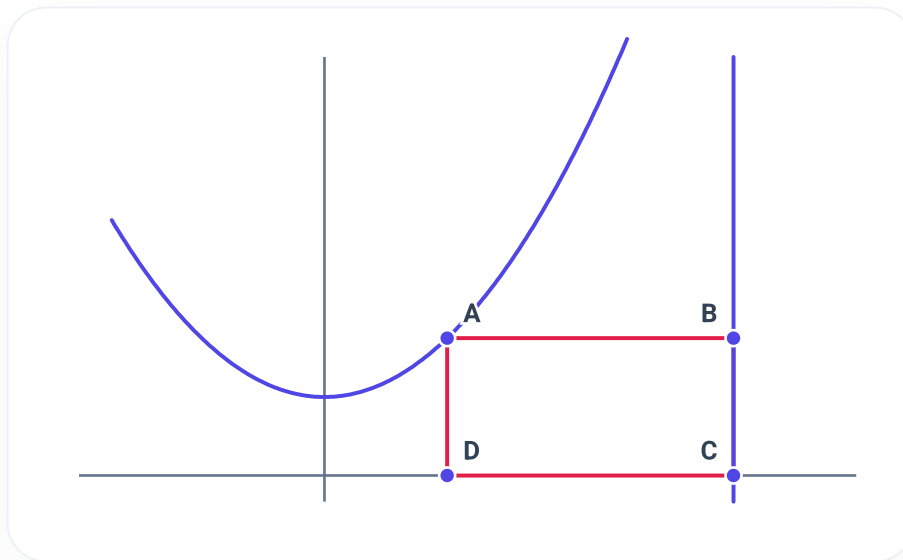
נתונה הפונקציה: $g(x) = -2 \cdot f(x)$.

ה(1). מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן.

ה(2). נסמן ב- A וב- B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים. חשבו את שטח המשולש ABO .

שאלה 7 · בעיית קיצון: מלבן בין פרבולה לישר אנכי

נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 3$ ונתון הישר $x = 5$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר. מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר הנתון בנקודה B . הנקודות C ו- D נמצאות על ציר ה- x כך שהמרובע $ABCD$ הוא מלבן (ראה סרטוט). נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .



א. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן $ABCD$ שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math