

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: משקל הדובדבנים במטע

במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה. המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג. ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.

א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?

נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ-30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.

ב. מהי סטיית התקן? בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

במטע יש 300 עצי דובדבן. בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ-55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.

ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?

ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב-20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה. כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ-55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?

שאלה 2 · הסתברות ללא החזרה: מטבעות בקופה

בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים, 12 מטבעות של חמישה שקלים, ו-6 מטבעות של עשרה שקלים. הוציאו מהקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים. מהי ההסתברות שסכום שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

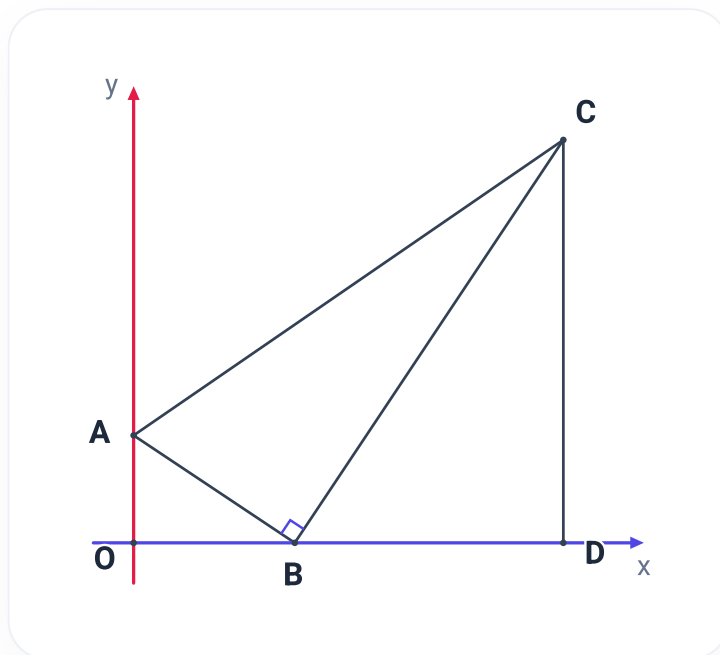
החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה. נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהקופה באקראי, ללא החזרה, שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.

ג. מצאו את x .

ד. האם ההסתברות להוציא מהקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

שאלה 3 · משולש ישר זווית במערכת צירים: דמיון, שיעורי נקודות וזוויות

במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$) הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y . מן הקודקוד C העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה D . הנקודה O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$, משוואת הצלע AB היא: $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

ב(1). מצאו את אורכי הקטעים OB ו- CD .

ב(2). מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C .

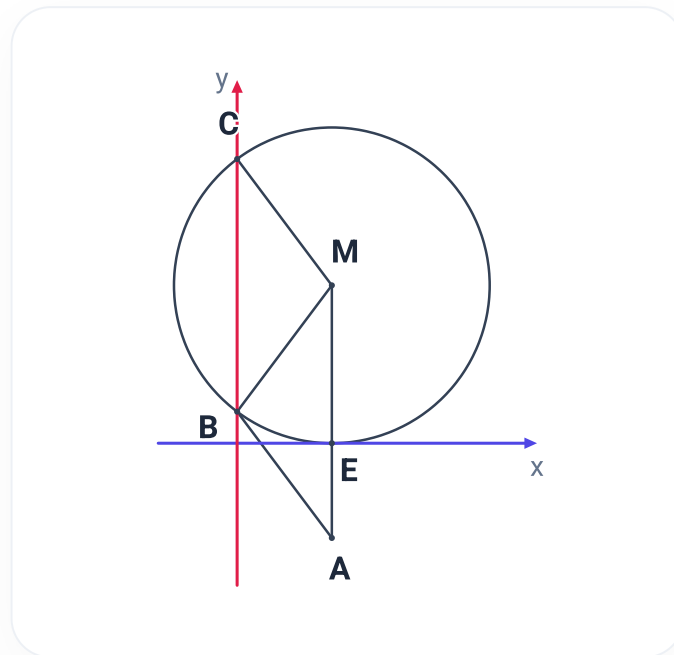
ג(1). מצאו את גודל הזווית BAC .

ג(2). מצאו את גודל הזווית ACD .

ד. האם אפשר לחסום את המרובע $ABDC$ במעגל? נמקו.

שאלה 4 · מעגל המשיק לציר ה- x ומקבילית: הוכחות ושיעורי נקודות

מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- x בנקודה E . המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו- C , כמתואר בסרטוט שלפניכם. הנקודה A נמצאת על המשך ME , כמתואר בסרטוט.



א(1). הסבירו מדוע MA מקביל לציר ה- y .

א(2). הוכיחו: $\angle CBM = \angle BMA$.

נתון: אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

ב(1). הוכיחו: $\angle CMB = \angle MBA$.

ב(2). הוכיחו: המרובע $ABCM$ הוא מקבילית.

נתון: $M(3, 5)$.

ג(1). מצאו את משוואת המעגל.

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודות B ו- C .

ג(3). מצאו את שיעורי הנקודה A .

ד. חשבו את שטח המקבילית $ABCM$.

שאלה 5 · חקירת פונקציה רציונלית, זיהוי גרף הנגזרת ושטח מתחת לנגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{5x}{x^2+4} + 1$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. נתונה הפונקציה: $g(x) = 2 \cdot f(x)$. לפניכם הגרפים I-IV:



ז. אחד מן הגרפים I-IV מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ח. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי הצירים.

שאלה 6 · חקירת פונקציה עם שורש וקיצון בקצה התחום; משיק אופקי להזזה

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x+20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

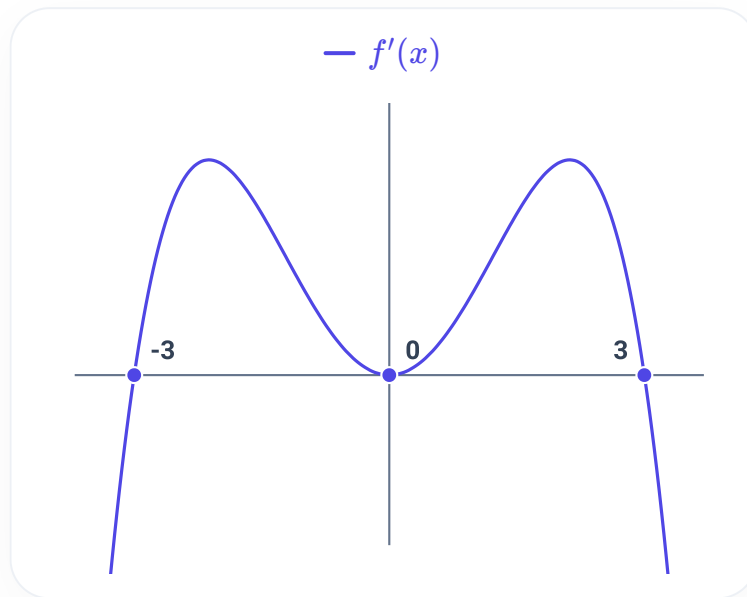
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, כאשר c פרמטר. נתון כי הישר $y = 12$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$.

ו. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

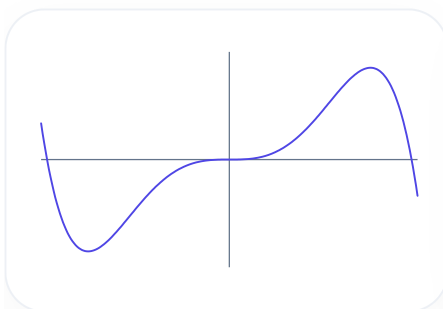
שאלה 7 · מגרף הנגזרת לפונקציה: קיצון, זיהוי גרף, אינטגרל מול שטח והזזה

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות שבהן: $x = -3$, $x = 0$, $x = 3$. בלבד, כמתואר בסרטוט.

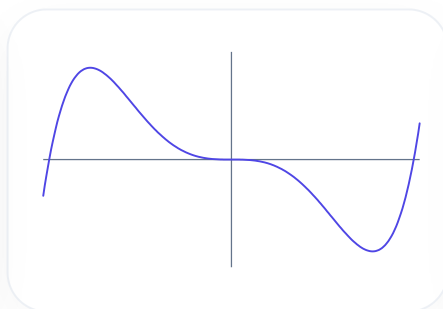


בהמשך השאלה מופיעים הגרפים I-III:

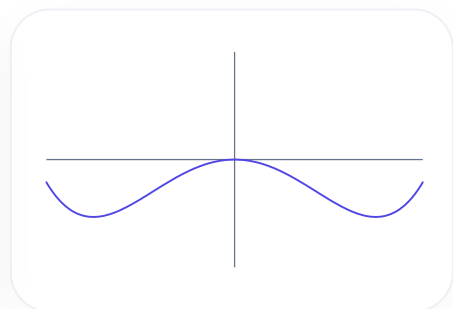
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מה הם שיעורי-ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים I-III מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה- x בתחום: $-3 \leq x \leq 0$.

נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי ציר ה- x בתחום: $0 \leq x \leq 3$.

האם מתקיים: $S_1 + S_2 = \int_{-3}^3 f(x) dx$? נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x - 4)$. מהם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math