

שאלה 1 · התפלגות נורמלית: משקלי לידה של תינוקות

משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית. נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק"ג. 96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ-5.02 ק"ג.

א. מצאו את סטיית התקן של משקל התינוקות שנולדים בעיר זו.

אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה.

ב. מצאו את המשקל שבו נולד אורי.

משקל הנמוך מ-1.5 ק"ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד.

ג(1). מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?

ג(2). בשנה מסוימת נולדו בעיר זו 20,000 תינוקות. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?

שחר נולד בעיר אחרת, באותו המשקל שבו נולד אורי. משקל התינוקות בעיר שבה נולד שחר מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של 0.8. משקל הלידה של שחר ומשקל הלידה של אורי הם בעלי אותו ציון תקן.

ד. מצאו את המשקל הממוצע של התינוקות בעיר שבה נולד שחר.

שאלה 2 · ישר רגרסיה: גידול האוכלוסייה ואחוז הילדים

דן ערך מחקר. הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב-12 מדינות (משתנה x) ובין אחוז הילדים בני 0-14 באותן המדינות (משתנה y). דן רצה למצוא ישר רגרסיה לניבוי y לפי x . הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה, וכן את מקדם המתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה: $\bar{x} = 0.465$, $s_x = 0.683$, $r = 0.871$. דן מצא כי משוואת ישר הרגרסיה היא:

$$y = 11.3x + 16.3$$

א(1). מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע של המשתנה y).

א(2). מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.

במדינה מסוימת נתון כי גודל האוכלוסייה נשאר קבוע (אין גידול שנתי באוכלוסייה שלה).

ב. על פי ישר הרגרסיה, מהו אחוז הילדים במדינה זו?

נתונה מדינה נוספת, שאחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה שלה הוא 2.

ג. האם אפשר להסיק כי אחוז הילדים במדינה זו הוא בדיוק 38.9? נמקו את תשובתכם.

שאלה 3 · הסתברות מותנית: שני ניסיונות קליעה למטרה

חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה. ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$. ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון: אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$. אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$. לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב(1). מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

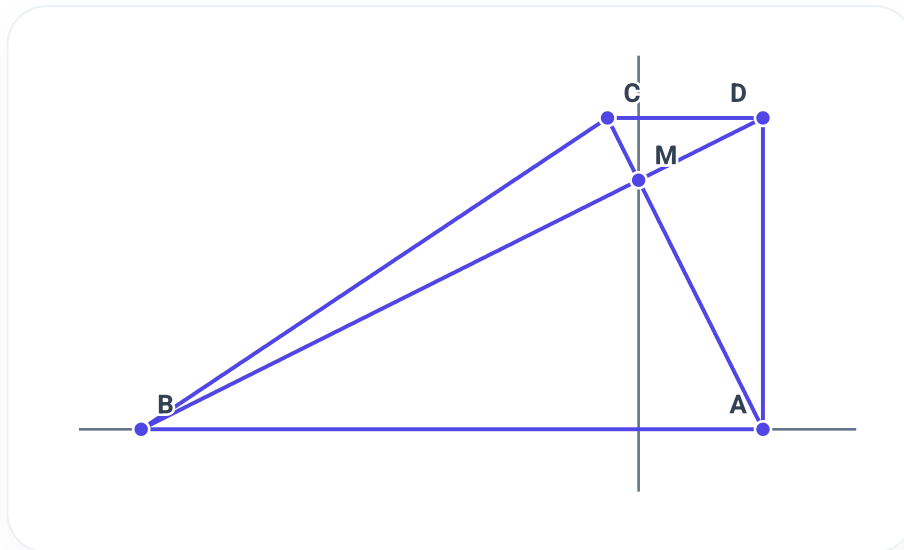
ב(2). ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות. מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה. ההסתברות שדני יקלע כל אחד מן הניסיונות היא p . נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

שאלה 4 · טרפז ישר זווית במערכת צירים: אלכסונים מאונכים

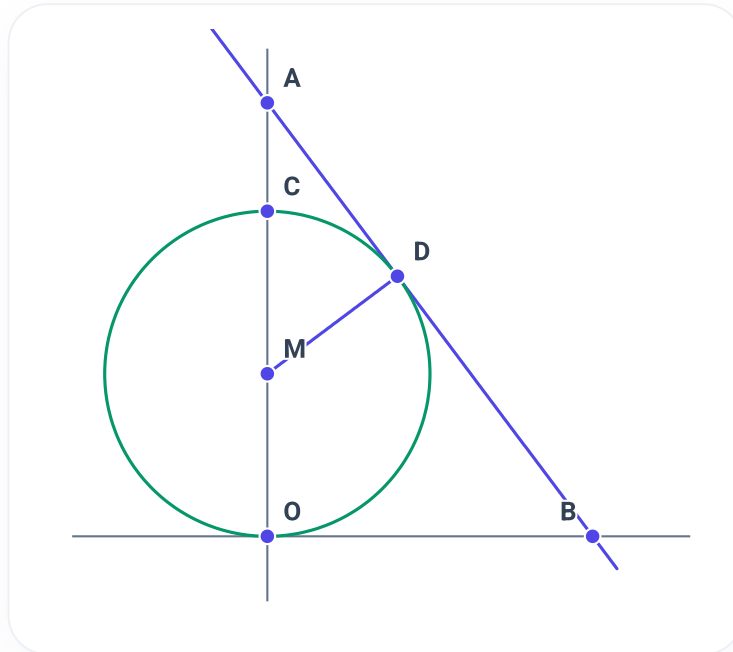
נתון טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AB \parallel DC$, $AD \perp AB$). הקודקודים A ו- B נמצאים על ציר ה- x , כמתואר בסרטוט. אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M , שנמצאת על ציר ה- y . נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD . משוואת הישר AC היא: $y = -2x + 8$.



- א. מצאו את משוואת הישר BD .
- ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A , B , C ו- D .
 - ג1. חשבו את גודל הזווית ABD .
 - ג2. חשבו את גודל הזווית BCD .
- ד. מצאו את שטח המשולש BCD .
- ה. הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CD כך ששטח המשולש BFC גדול פי 2 משטח המשולש BCD . מצאו את שיעורי הנקודה F (מצאו את אחת משתי האפשרויות).

שאלה 5 · מעגל המשיק לציר ה- x ודלתון החסום במעגל

נתון מעגל שמרכזו M נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y . הנקודה O היא ראשית הצירים. המעגל משיק לציר ה- x וחותך את ציר ה- y בנקודה C , כמתואר בסרטוט. דרך הנקודה D שעל המעגל העבירו משיק למעגל. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה A . נתון כי משוואת המשיק היא: $4x + 3y = 40$.



א. מצאו את אורך הקטע AB .

ב. הוכיחו כי המרובע $OMDB$ הוא דלתון.

ג(1). הוכיחו: $\triangle ADM \sim \triangle AOB$.

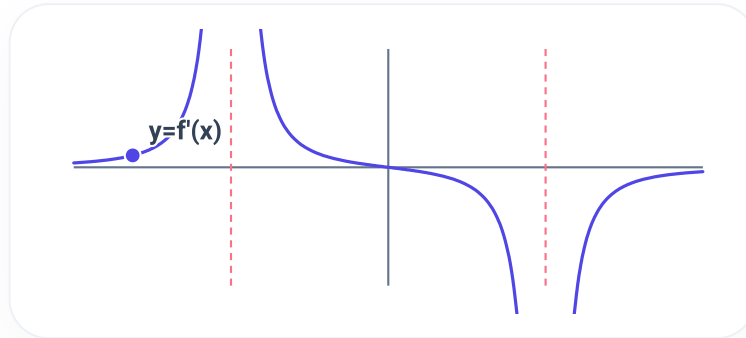
ג(2). מצאו את רדיוס המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ה. האם הדלתון $OMDB$ בר חסימה במעגל? אם כן - מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את הדלתון. אם לא - הסבירו מדוע.

שאלה 6 · פונקציה רציונלית מתוך גרף הנגזרת

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 4$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום. גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0, 0)$.



א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y = 2$. אחד מן הביטויים I-II שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

I. $\frac{x^2}{x^2+16} + 1$ II. $\frac{x^2}{x^2-16} + 2$ III. $\frac{x^2}{x^2-16} + 1$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I-II מייצג את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 2$.

שאלה 7 · חקירת פונקציית שורש והזזה אנכית

נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

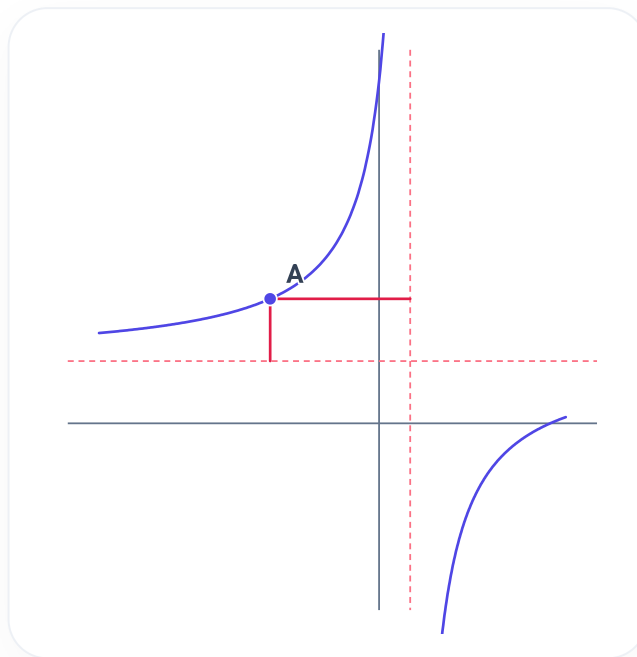
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר חיובי. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום. גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר: $y = 20$.

ה. מצאו את הערך של c .

שאלה 8 · בעיית קיצון: מלבן בין היפרבולה לאסימפטוטות

לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. הנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ד. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math