

שאלה 1 · סדרות חשבוניות והנדסית: ארגזי מים וארגזי מיץ

לקראת הקיץ החל מפעל לייצר ארגזים של מים מינרליים. בכל יום ייצר המפעל 5 ארגזי מים יותר מביום שלפניו. מספר ארגזי המים שייצר המפעל ביום השני וביום השישי היה 130 ארגזים סך הכול.

א. מצאו כמה ארגזי מים ייצר המפעל ביום הראשון.

ייצור ארגזי המים נמשך 20 ימים סך הכול.

ב. מצאו כמה ארגזי מים ייצר המפעל סך הכול.

לקראת הקיץ ייצר המפעל גם ארגזים של מיץ. בכל יום ייצר המפעל d ארגזי מיץ יותר מביום שלפניו. ייצור ארגזי המיץ נמשך 20 ימים סך הכול. ביום האחרון ייצר המפעל 132 ארגזי מיץ. מספר ארגזי המיץ שייצר המפעל סך הכול היה קטן ב-450 ממספר ארגזי המים שייצר סך הכול.

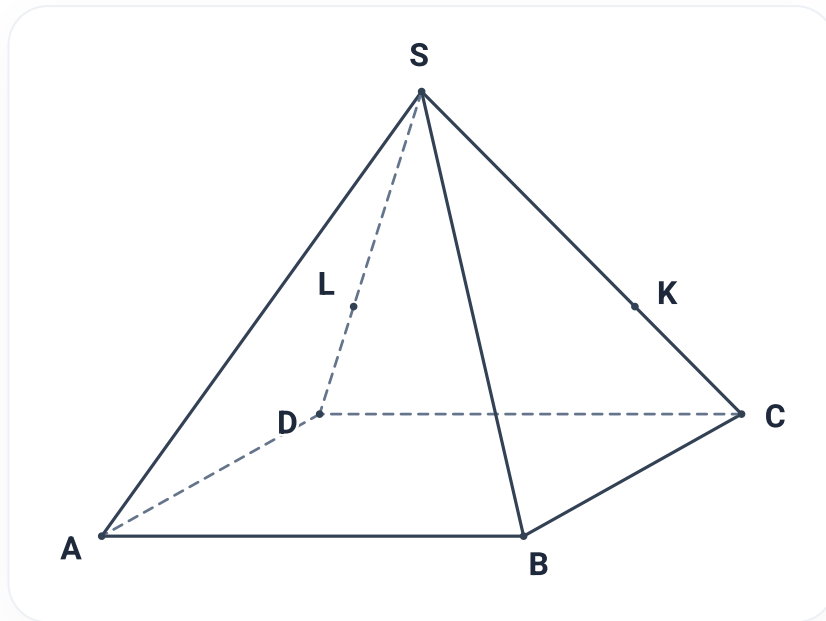
ג. מצאו את הערך של d .

כל ארגזי המים וארגזי המיץ שייצר המפעל נשלחו לחנויות במשך 4 שבועות. מספר הארגזים שנשלחו בכל שבוע היה גדול פי 2 ממספר הארגזים שנשלחו בשבוע שלפניו.

ד. מצאו כמה ארגזים נשלחו בשבוע הראשון.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה מרובעת: קטע מקביל לצלע הבסיס, זווית ושטח

בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה הוא המקבילית ABCD.



נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

הנקודה K נמצאת על המקצוע SC, והנקודה L נמצאת על המקצוע SD.

נתון: $\overrightarrow{SL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SD}$, $\overrightarrow{SK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SC}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{SK}$ ו- $\overrightarrow{SL}$.

ב(1). הביעו באמצעות $\underline{u}$ את הווקטור $\overrightarrow{KL}$.

ב(2). הסבירו מדוע KL מקביל ל-DC.

נתון: $D(-1, 10, 1)$, $C(8, 13, 1)$.

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור $\overrightarrow{DC}$ ושל הווקטור $\overrightarrow{KL}$.

נתון: $K(6, 11, 4)$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה L.

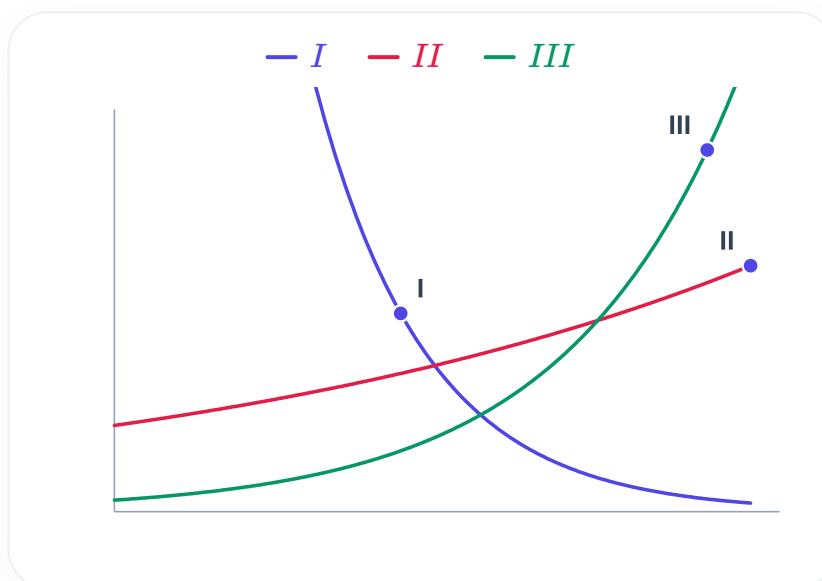
נתון: $A(2, 1, 1)$.

ה(1). מצאו את גודל הזווית KAL.

ה(2). חשבו את שטח המשולש KAL.

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: מזיקים בשלוש חלקות שדה

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר המזיקים לפי ימים בשלוש חלקות בשדה: א, ב ו-ג. הפונקציה המתארת את מספר המזיקים בכל יום בחלקה א היא: $M(t) = 20 \cdot (1.4)^t$, והפונקציה המתארת את מספר המזיקים בכל יום בחלקה ב היא: $G(t) = 150 \cdot (1.1)^t$.



א. מבין הגרפים I-III קבעו איזה גרף מתאר את מספר המזיקים בחלקה א, ואיזה גרף מתאר את מספר המזיקים בחלקה ב. נמקו את תשובותיכם.

ב. מה היה מספר המזיקים בחלקה ב לאחר 10 ימים?

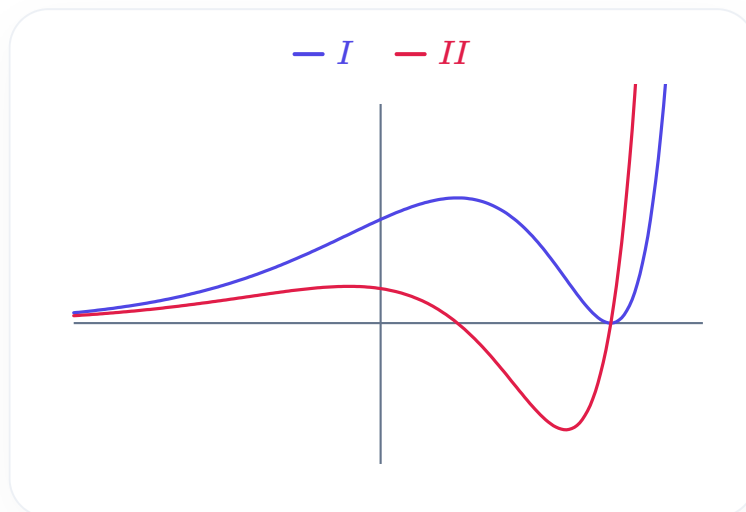
ג. מצאו לאחר כמה ימים היה מספר המזיקים בחלקה א שווה למספר המזיקים בחלקה ב.

בזמן הבדיקה הראשונית של חלקות א ו-ב, היה מספר המזיקים בחלקה ג גדול פי 30 ממספר המזיקים בחלקה ב, לכן הוחלט לרסס את חלקה ג. בעקבות כך קטן מספר המזיקים בחלקה ג באופן מעריכי. לאחר 6 ימים היו בחלקה ג 200 מזיקים.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר המזיקים בכל יום בחלקה ג.

שאלה 4 · פונקציה מעריכית וגרף הנגזרת: קיצון ושטחים

בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו-II. אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקציה $f(x)$, והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = (x - 3)^2 \cdot e^{x-1}$.

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב(3). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

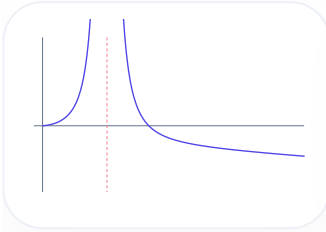
נתונה הפונקציה $g(x) = -f'(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

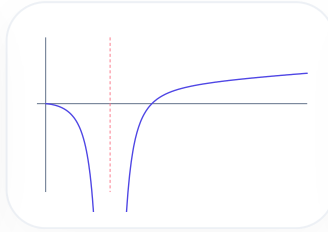
שאלה 5 · חקירת מנה עם $\ln$ במכנה: מקסימום שלילי ושטח מתחת לציר

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{4-2\ln(x)}$.

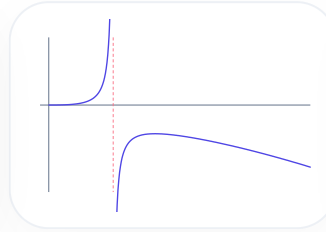
גרף IV



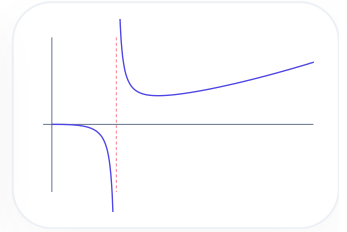
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד(1). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ד(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e^3$.

כל הברויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math