

שאלה 1 · סדרה הנדסית וחשבונית: הורדות אפליקציה ופרסום

חברה השיקה אפליקציה חדשה ועקבה אחר מספר ההורדות שלה במשך 6 שבועות. מספר ההורדות בכל שבוע היה גדול פי 3 ממספר ההורדות בשבוע שלפניו. ידוע כי בשני השבועות הראשונים הורידו את האפליקציה 480 פעמים סך הכול.

א. מצאו כמה פעמים הורידו את האפליקציה בשבוע הראשון.

על כל הורדה של האפליקציה קיבלה החברה 5 שקלים.

ב. מצאו את סך ההכנסות של החברה מהורדות האפליקציה במשך 6 השבועות.

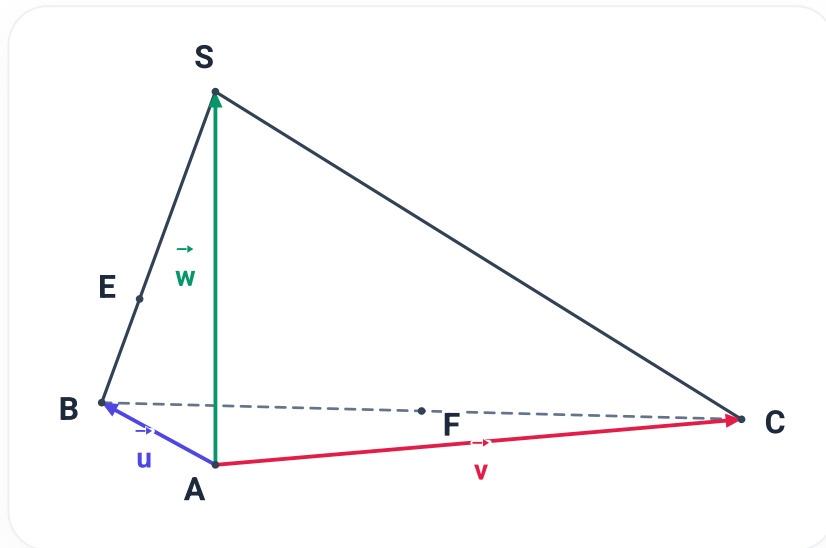
החברה החליטה להשקיע רבע מכל ההכנסות האלה בפרסום, ופרסה את הסכום לכמה חודשים. בחודש הראשון השקיעה 550 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן השקיעה 150 שקלים יותר מבחודש שלפניו.

ג. מצאו לכמה חודשים פרסה החברה את הסכום שהשקיעה בפרסום.

ד. מצאו מהו הסכום שהשקיעה החברה בפרסום סך הכול בשני החודשים האמצעיים.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: ניצבות ושטח משולש (בסיס עם צלעות שונות)

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC . הנקודה E נמצאת על המקצוע BS כך ש- $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BS}$. הנקודה F היא אמצע המקצוע BC . נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים האלה: $\vec{BC}$, $\vec{BS}$, $\vec{AE}$, $\vec{AF}$.

נתון: $\angle BAC = 120^\circ$, $|\underline{w}| = 6$, $|\underline{v}| = 8$, $|\underline{u}| = 4$.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג(1). מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ג(2). הוכיחו כי $\vec{AE}$ מאונך ל- $\vec{AF}$.

ד(1). מצאו את הערך של $|\vec{AF}|$.

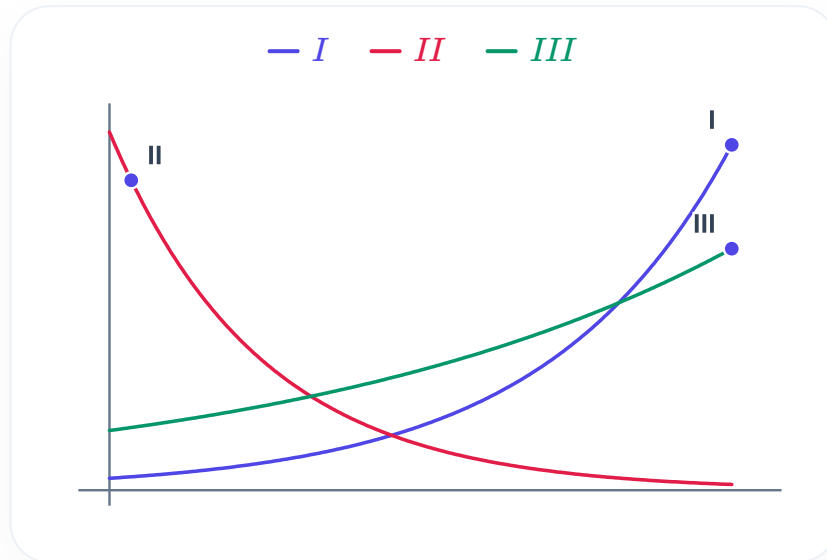
ד(2). חשבו את שטח המשולש EAF .

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: עצים נגועים בשלושה מטעים

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר העצים הנגועים במזיק לפי ימים בשלושה מטעים.

הפונקציה המתארת את מספר העצים הנגועים בכל יום במטע א' היא $P(t) = 200 \cdot (1.15)^t$, ובמטע ב' היא $R(t) = 40 \cdot (1.4)^t$.

(ציר אופקי: מספר הימים; ציר אנכי: מספר העצים הנגועים.)



א. התאימו לכל אחד מן המטעים א' וב' את גרף הפונקציה מבין הגרפים I-III. נמקו.

ב. מה היה מספר העצים הנגועים במטע ב' לאחר 6 ימים?

ג. חשבו לאחר כמה ימים מספר העצים הנגועים במטע א' ובמטע ב' היה שווה.

בזמן הבדיקה הראשונית של מטעים א' וב', במטע ג' מספר העצים הנגועים היה גדול פי 30 ממספר העצים הנגועים במטע ב', לכן הוחלט לרסס את מטע ג' בחומר הדברה, ומספר העצים הנגועים בו קטן באופן מעריכי. לאחר 6 ימים מספר העצים הנגועים במטע ג' היה שליש ממספר העצים הנגועים במטע ב'.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר העצים הנגועים בכל יום במטע ג'.

ה. הוחלט לרסס מהאוויר כל מטע שבו מספר העצים הנגועים יהיה 800 או יותר. באילו מטעים ירססו מהאוויר במהלך 9 הימים מהבדיקה הראשונית? נמקו.

שאלה 4 · פונקציה ריבועית ב- $\ln$: פרמטר, חיתוכים, קיצון וערך מוחלט

נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x - 3$, a הוא פרמטר. אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(e^3, 0)$.

א. מצאו את a .

הציבו $a = 2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

שאלה 5 · חקירת מכפלה של x ו- $\ln$: פרמטר משיפוע, זיהוי גרפים ושטח

נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot \ln \frac{x}{3}$, a הוא פרמטר.

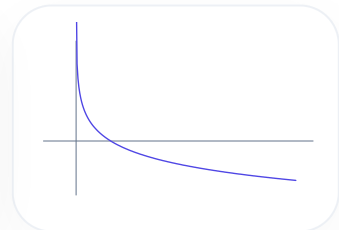
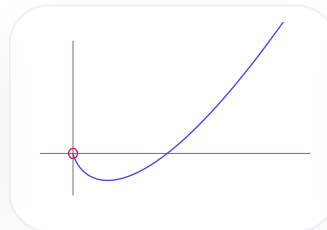
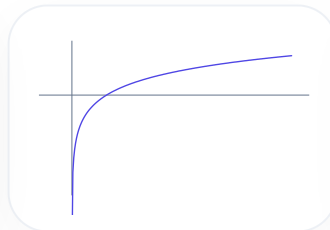
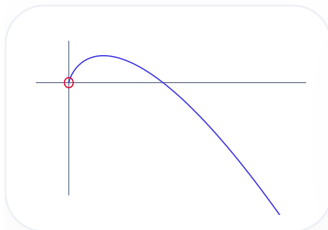
בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:

גרף IV

גרף III

גרף II

גרף I



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 3e$ הוא -6 .

ב. מצאו את a .

הציבו $a = -3$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 3e$ ועל ידי ציר ה- x .

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math