

שאלה 1 · סדרה חשבונית והנדסית: הכנסות דוכן מיצים ותשלומים על מקרר תצוגה

יוסי פתח דוכן מיצים. ההכנסה של הדוכן בכל שבוע גדולה בסכום קבוע מההכנסה בשבוע שלפניו. סכום ההכנסות בשבוע השני ובשבוע השלישי הוא 3,450 שקלים סך הכול. ההכנסה בשבוע השמיני גדולה פי 4 מההכנסה בשבוע הראשון.

א. מצאו את ההכנסה של הדוכן בשבוע הראשון.

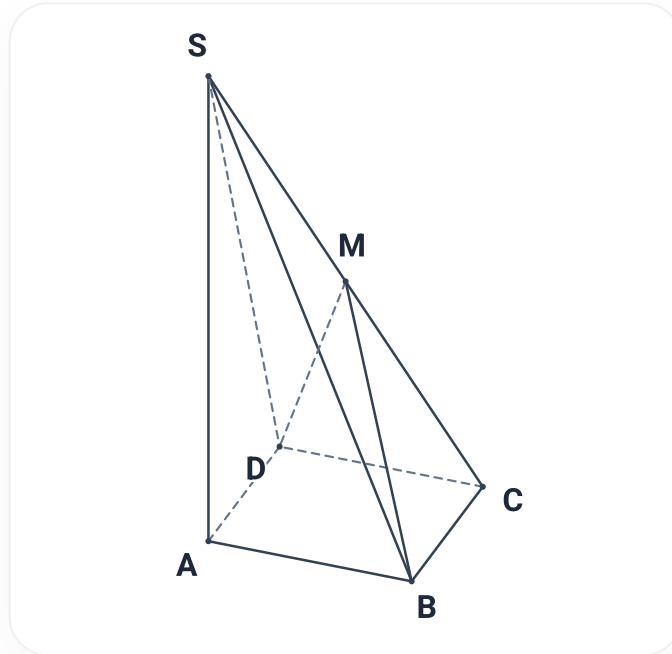
ב. מצאו לאחר כמה שבועות הגיע סכום ההכנסות של הדוכן ל-30,750 שקלים.

את ההכנסה של השבוע ה-9 ייעד יוסי לקניית מקרר תצוגה שמחירו שווה להכנסה זו. יוסי שילם בעבור המקרר בחמישה תשלומים. כל תשלום גדול פי 2 מן התשלום שלפניו.

ג. מצאו את התשלום הראשון.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה שבסיסה מעוין: ניצבות ונפח

בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מעוין. הנקודה M היא אמצע המקצוע SC . מאונך לבסיס הפירמידה. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{MB}$ ו- $\overrightarrow{MD}$.

נתון: $|\underline{w}| = \sqrt{3}|\underline{u}|$, $\angle BAD = 120^\circ$.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{MB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{MD}$.

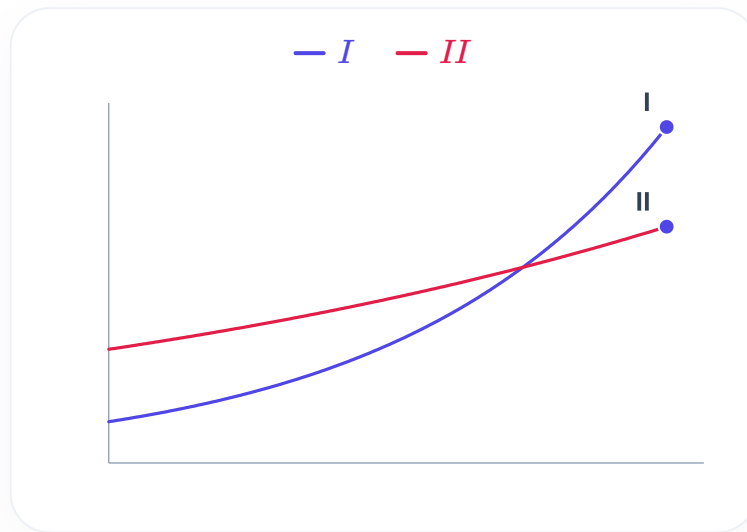
נתון: $A(0,0,0)$, $B(-3,3\sqrt{3},0)$. הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x . שיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג(1). מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S .

ג(2). חשבו את נפח הפירמידה $SABCD$.

שאלה 3 · גדילה: מכוניות חשמליות בשתי ערים

בתחילת שנת 2024 בדקה רשות התחבורה את מספר המכוניות החשמליות בשתי ערים, עיר A ועיר B. על פי הצפי של הרשות, מספר המכוניות החשמליות בעיר A יעלה ב-5% בכל שנה. נתון כי בתחילת שנת 2024 היו בעיר A 120 אלף מכוניות חשמליות.



- א. מצאו מה צפוי להיות מספר המכוניות החשמליות בעיר A בתחילת שנת 2030.
- ב. על פי הצפי של הרשות, מספר המכוניות החשמליות בעיר B יעלה באחוז קבוע בכל שנה. מספר המכוניות החשמליות בעיר B בתחילת שנת 2029 צפוי להיות גדול פי 2 ממספרן בעיר זו בתחילת שנת 2024.
- ג. מצאו בכמה אחוזים צפוי לגדול מספר המכוניות החשמליות בעיר B בכל שנה (עגלו למספר שלם של אחוזים).
- ד. לפניכם שני גרפים I-II המתארים את מספר המכוניות החשמליות בערים A ו-B מתחילת שנת 2024 והלאה. איזה מן הגרפים I-II מתאר את מספר המכוניות החשמליות בעיר B? נמקו את תשובתכם.
- ה. על פי הצפי של הרשות, בתחילת שנת 2030 יהיו בעיר A 60 אלף מכוניות חשמליות יותר מאשר בעיר B. מצאו כמה מכוניות חשמליות היו בעיר B בתחילת שנת 2024.
- ו. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2024 מספר המכוניות החשמליות בעיר A צפוי להיות שווה למספרן בעיר B.

שאלה 4 · פונקציה מעריכית במנה: פרמטר, קיצון, סקיצה ותחומי סימן

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{x-a}}{x-4}$, a הוא פרמטר.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

נתון כי הנקודה $\left(8, \frac{e^6}{4}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הפרמטר a .

הציבו בפונקציה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

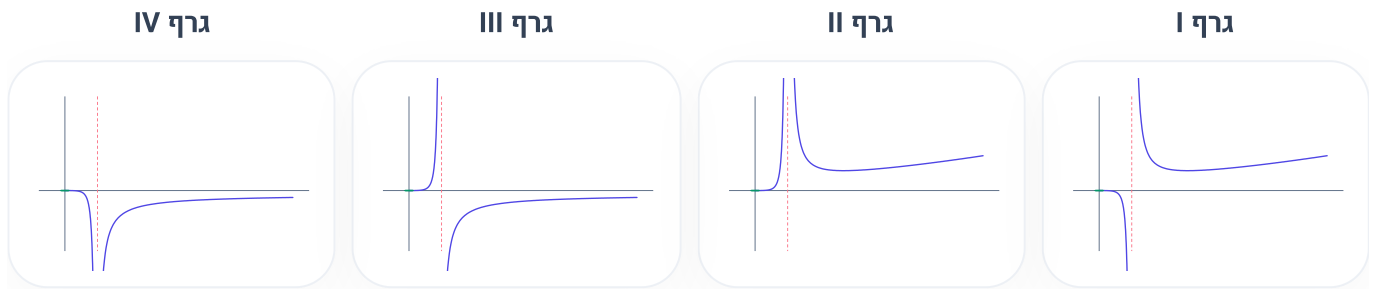
נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + 12$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$. נמקו את תשובתכם.

שאלה 5 · חקירת פונקציה עם h במכנה, זיהוי גרף ופונקציה שנגזרתה $f(x)$

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2}{(\ln x)^2}$.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

א(3). האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב(2). מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר.

ד(1). מצאו בעבור $c = 10$ כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

ד(2). רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקציה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון. נמקו את תשובתכם.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math