

שאלה 1 · סדרה חשבונית והנדסית: ייצור ומכירה של משחקים

במפעל צעצועים החלו לייצר ערכות משחק. בכל שבוע כמות הערכות שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות הערכות שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 700 ערכות. הייצור נמשך 40 שבועות. בתקופה זו ייצרו 74,800 ערכות סך הכול.

א. בכמה הייתה גדולה כמות הערכות שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו?

בגמר הייצור מכר המפעל את הערכות במשך כמה חודשים. כמות הערכות שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי q מכמות הערכות שנמכרו בחודש שלפניו. בחודש ה-3 נמכרו 120 ערכות, ובחודש ה-7 נמכרו 1,920 ערכות.

ב. כמה ערכות נמכרו בחודש הראשון?

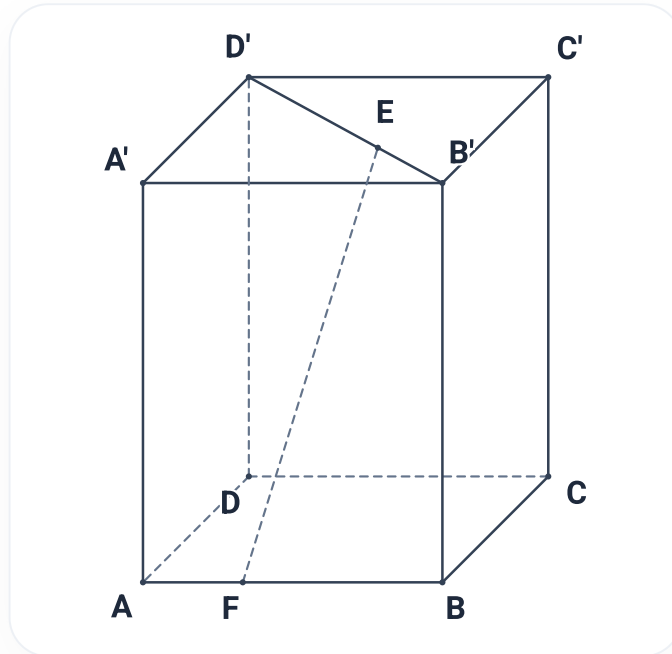
החודש ה-6 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?

ד. כמה מן הערכות שייצרו במפעל לא נמכרו?

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: גובה התיבה ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה F נמצאת על המקצוע AB , כך ש- $AF = \frac{1}{3}AB$. הנקודה E נמצאת על האלכסון $D'B'$, כך שמתקיים $D'E = \frac{2}{3}D'B'$. נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $D'E$ ו- $\overrightarrow{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 6.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $D'E$.

נתון: $|\overrightarrow{FE}| = |D'B'|$.

ג. הראו כי גובה התיבה הוא 8.

ד(1). הראו כי $\overrightarrow{FE}$ מאונך ל- $D'B'$.

ד(2). חשבו את שטח המשולש $D'FB'$.

שאלה 3 · דעיכה של שני בלונים וניפוח מחדש

נועה קנתה בלון כחול ובלון אדום. ביום הקנייה נפח הבלון הכחול היה 3,000 סמ"ק ונפח הבלון האדום היה 7,500 סמ"ק. עקב איבוד אוויר, הנפח של כל אחד מן הבלונים קטן באחוז קבוע בכל יום (כל אחד מהם באחוז אחר). כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הבלון הכחול שווה לנפח הבלון האדום.

א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות I-II אם היא נכונה או לא נכונה. I. כעבור 5 ימים מיום הקנייה היה נפח הבלון האדום גדול מנפח הבלון הכחול. II. כעבור 9 ימים מיום הקנייה היה נפח הבלון האדום גדול מנפח הבלון הכחול.

נתון כי נפח הבלון הכחול קטן ב-8% בכל יום.

ב. מצאו את האחוז שבו נפח הבלון האדום קטן בכל יום.

כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח הבלון האדום $\frac{1}{4}$ מנפח הבלון הכחול.

ג. מצאו את הערך של t .

לאחר כמה ימים החליטה נועה לנפח מחדש את הבלון האדום. במהלך הניפוח גדל נפח הבלון בכל שנייה ב-18%. בסיום הניפוח היה נפח הבלון גדול פי 5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.

ד. מצאו את מספר השניות שנמשך הניפוח.

שאלה 4 · חקירת מכפלה של פונקציה קווית ומעריכית, ושטח מתחת לגרף (מעריך $3x-2$)

נתונה הפונקציה $f(x) = (a - 6x) \cdot e^{3x-2}$, המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר. נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא $\frac{12}{e^2}$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 6$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 3 \cdot e^{3x-2}$, המוגדרת לכל x .

ד. הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x .

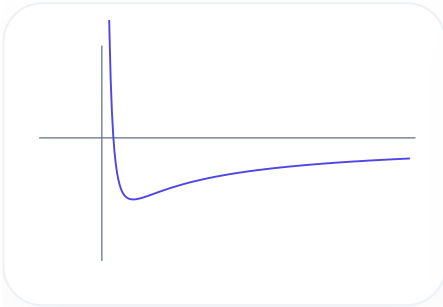
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

שאלה 5 · פונקציה לוגריתמית: חקירה, גרף הנגזרת ושטח

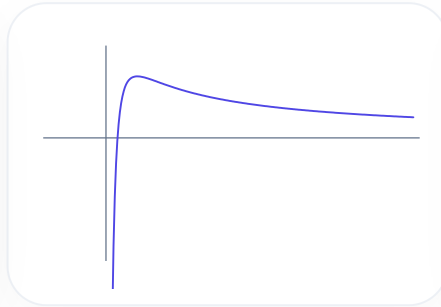
נתונה הפונקציה: $f(x) = (3 + \ln x) \cdot (\ln x - 1)$.

בסוף השאלה מופיעים שלושה גרפים I-II-I (לסעיף ה):

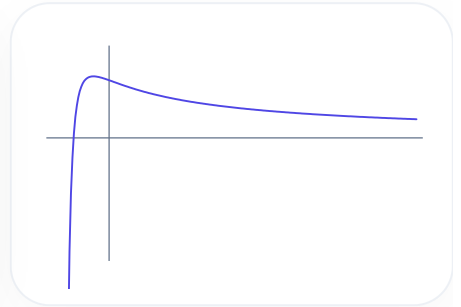
גרף III



גרף II



גרף I



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה(1). אחד מן הגרפים I-II-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ה(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \sqrt{e}$ ועל ידי ציר ה- x .

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math