

שאלה 1 · סדרה הנדסית וחשבונית: איסוף נייר למימון טיול

שני סניפים של תנועת נוער, סניף "הדר" וסניף "אלון", החליטו לממן טיול שנתי. לשם כך הם אספו במשך כמה שבועות נייר ישן, והעבירו אותו למחזור תמורת כסף. סניף "הדר" אסף נייר במשך 5 שבועות. כמות הנייר (בק"ג) שאסף סניף "הדר" בכל שבוע הייתה גדולה פי q מהכמות שאסף בשבוע שלפניו. בשבוע השלישי אסף סניף "הדר" פי 6.25 מהכמות שאסף בשבוע הראשון.

א. מצאו את הערך של q .

בשבוע הראשון ובשבוע האחרון יחד אסף סניף "הדר" 1,282 ק"ג נייר.

ב. מצאו כמה ק"ג נייר אסף סניף "הדר" בשבוע הראשון.

סניף "אלון" אסף נייר במשך 16 שבועות. בכל שבוע הוא אסף d ק"ג יותר מבשבוע שלפניו. בשבוע השלישי אסף סניף "אלון" 150 ק"ג, ובכל 16 השבועות הוא אסף 3,280 ק"ג סך הכול.

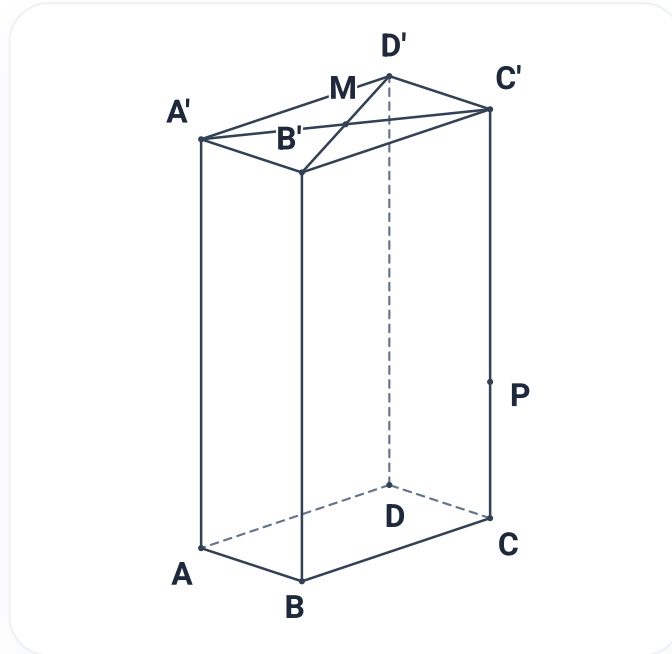
ג. מצאו את הערך של d .

על כל ק"ג נייר שהעבירו למחזור קיבלו הסניפים 0.5 שקלים. עלות הטיול היא 2,700 שקלים.

ד. האם הסכום הכולל שקיבלו שני הסניפים ממחזור כל הנייר יספיק למימון הטיול? נמקו את תשובתכם.

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: ניצבות, שטח משולש וזווית בהצגה אלגברית

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$. הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $A' B' C' D'$. נקודה P נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CC'}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $AA' = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = 6$, $|\underline{v}| = 8$, $|\underline{w}| = 15$.

ב(1). הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{AP}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{MP}$.

ב(2). חשבו את שטח המשולש APM .

נתון: $D(0, 0, 0)$, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x , הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

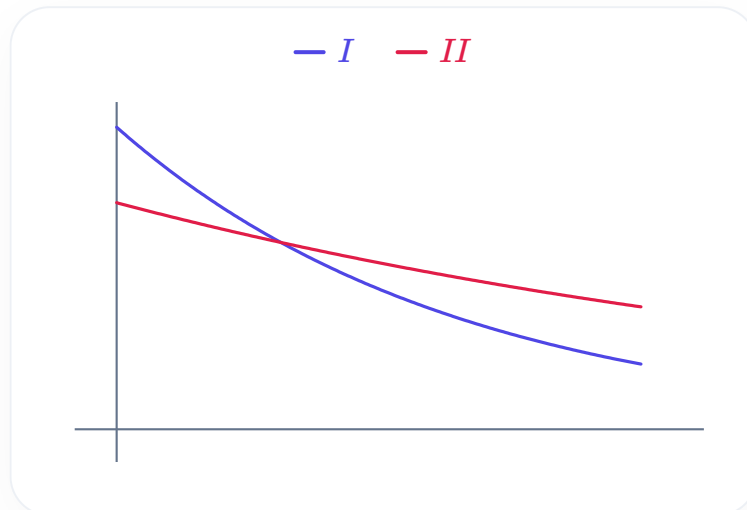
ג(1). מצאו את שיעורי הקודקודים C , B , C' .

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו את גודל הזווית PMB .

שאלה 3 · דעיכה מעריכית: שני אגמים מתייבשים

באזור מדברי יש שני אגמים A ו-B. במשך השנים האגמים מתייבשים, וכמות המים בהם קטנה. חוקר מדד את כמות המים בכל אחד מן האגמים בסוף כל קיץ במשך 12 שנים. לפניכם סרטוט המתאר את כמות המים בכל אגם (במיליוני מ"ק) לפי שנים (ציר אופקי: הזמן בשנים; ציר אנכי: כמות המים במיליוני מ"ק).



- א. מבין הגרפים I, II, קבעו איזה גרף מתאים לאגם שכמות המים בו קטנה בקצב מהיר יותר. נמקו את קביעתכם.
- הפונקציה $f(t) = 90 \cdot (0.95)^t$ מתארת את כמות המים באגם A בכל שנה. הפונקציה $g(t) = 120 \cdot (0.88)^t$ מתארת את כמות המים באגם B בכל שנה.
- ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.
- ג. באיזה משני האגמים הייתה כמות המים גדולה יותר לאחר 4 שנים מתחילת המדידות?
- ד. מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות הייתה כמות המים באגם A שווה לכמות המים באגם B.
- ה. החוקר בדק גם את השטח שמכוסה בקנים על גדות האגמים. הוא גילה שהשטח המכוסה בקנים גדל בכל שנה באחוז קבוע. לאחר 8 שנים מתחילת המדידות היה השטח המכוסה בקנים גדול פי 2.2 משטחו בתחילת המדידות. מצאו בכמה אחוזים גדל השטח המכוסה בקנים בכל שנה.

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית שהיא מנה, וגרף הנגזרת שלה

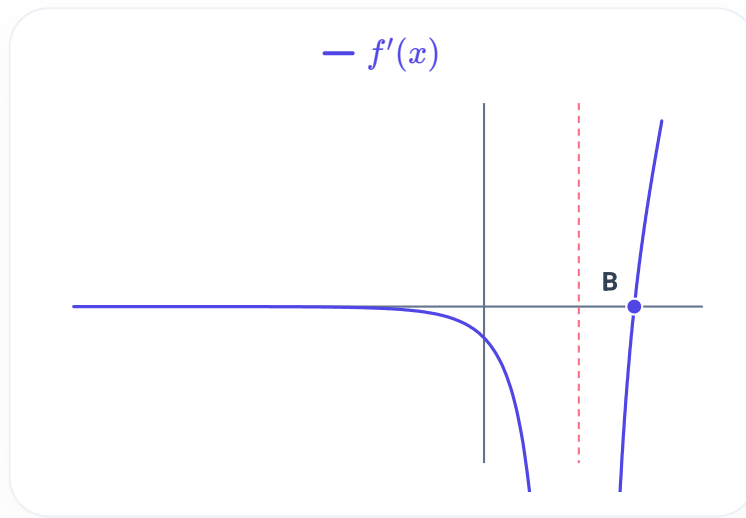
נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{3x}}{e^x - 2}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום. גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד - הנקודה B.



ג. מצאו את שיעור ה-x של הנקודה B.

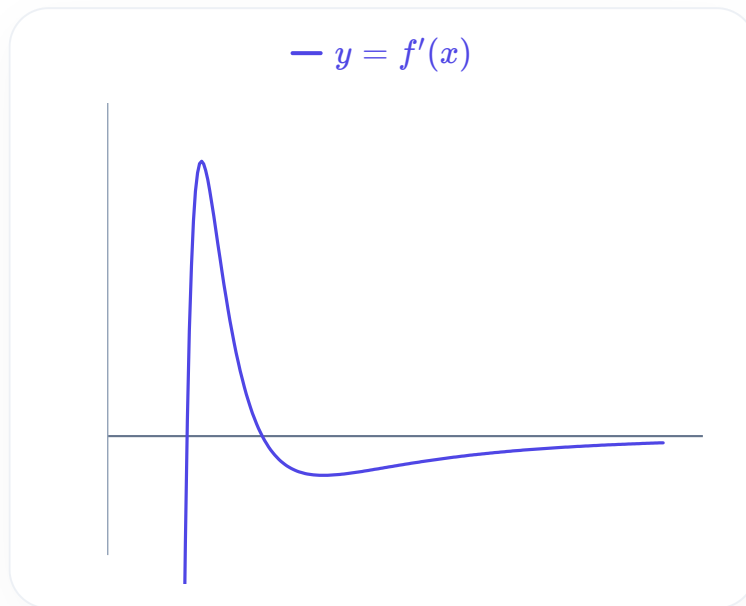
ד(1). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x = \ln 4$.

שאלה 5 · חקירת פונקציה עם $(\ln x)^2$ במונה ו- x^3 במכנה, וגרף הנגזרת

נתונה הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ המוגדרות בתחום $x > 0$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. כל נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר ה- x של גרף הנגזרת $f'(x)$ מופיעות בסרטוט.



לפניכם שני היגדים I-II.

א. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

א. לפונקציה $f'(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון.

א. שיעור ה- x של נקודת המקסימום של $f(x)$ קטן משיעור ה- x של נקודת המינימום שלה.

נתון כי $f(x) = \frac{27(\ln x)^2}{x^3}$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 2)$.

ד(1). מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

ד(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math