

שאלה 1 · סדרה הנדסית וסדרה חשבונית: יחס בין איברים וסכומים

נתונה סדרה הנדסית A שמנת שלה היא q , ובה 12 איברים. האיבר השביעי בסדרה הוא פי 16 מן האיבר השלישי בסדרה.

א. מצאו את שני הערכים של q .

נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 288, וכי כל איבריה הם חיוביים.

ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 15 מסכום הסדרה B.

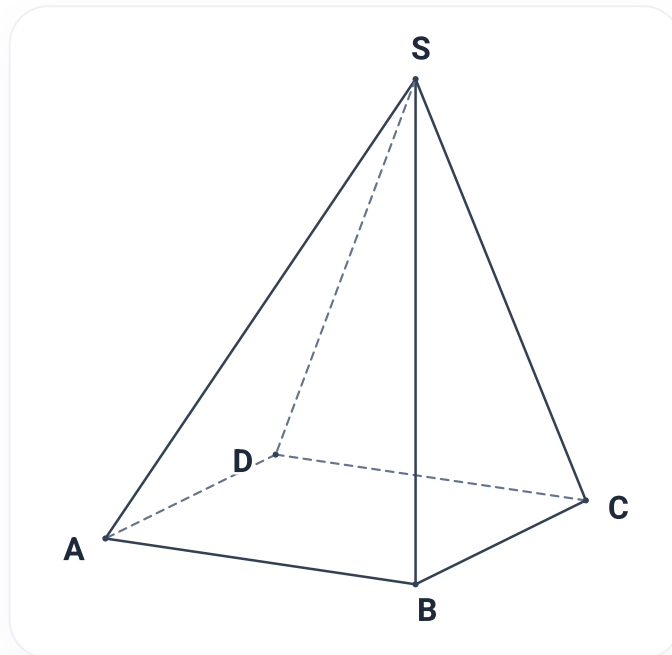
ג. מצאו את סכום הסדרה B.

בסדרה B יש 14 איברים. נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 14 מן ההפרש שלה.

ד. מצאו את הפרש הסדרה B.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה שבסיסה מלבן: גובה ונפח

בסרטוט שלפניכם פירמידה $SABCD$. הבסיס $ABCD$ הוא מלבן שבו $AB = 6$ ו- $AD = 4$. נסמן:
 $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\vec{SC}$.

נתון: $\vec{SC} \cdot \vec{DC} = 0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{u}$.

נתון: $\underline{w} \cdot \underline{v} = 0$, $|\vec{SB}| = 8$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד(1). הוכיחו כי SB מאונך ל- BA ול- BC .

ד(2). מצאו את נפח הפירמידה $SABCD$.

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: צבאים בשתי שמורות

בשמורה A חיים צבאים. מתחילת שנת 2008 מספר הצבאים בשמורה זו קטן בכל שנה באחוז קבוע.

א. האם מספר הצבאים שנעלמו מהשמורה בין תחילת 2008 לתחילת 2009 גדול, קטן או שווה למספר הצבאים שנעלמו בין תחילת 2009 לתחילת 2010? נמקו את תשובתכם.

בתחילת שנת 2008 היו 64,000 צבאים בשמורה A, ומספרם קטן ב-4% בכל שנה. גם בשמורה B חיים צבאים, ומספרם קטן בכל שנה באחוז קבוע. בתחילת שנת 2008 היו 82,500 צבאים בשמורה B. בתחילת שנת 2016 מספר הצבאים בשמורה A היה שווה למספר הצבאים בשמורה B.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצבאים בשמורה B בכל שנה.

ג. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2008 היו בשמורה B 40,000 צבאים.

מתחילת שנת 2020, בעקבות הרחבת שמורה A, גדל מספר הצבאים בה ב-3% בכל שנה.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2020 גדל מספר הצבאים בשמורה A ב-25% ממספרם בתחילת שנת 2020.

שאלה 4 · חקירת פולינום ב- $\ln x$ ושטח מתחת לגרף הנגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = (\ln x)^3 - 6(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה(1). רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה(2). מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{e}$, על ידי הישר $x = e^2$ ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 5 · חקירת מכפלה של פולינום ו- $\ln x$, ומתיחה ושיקוף של הגרף

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot (3 - 2 \ln x)$.

לפניכם ארבעה גרפים I-IV:



- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV מתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.
- נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x)$. a הוא פרמטר שונה מ-0. הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום. נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הוא $-0.4 \cdot e^2$.
- ה(1). מצאו את הערך של a .
- ה(2). מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.
- ה(3). קבעו איזה מן הגרפים I-IV מתאר את הפונקציה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math