

שאלה 1 · סדרה חשבונית: שתילים בערוגות של גינה

בגינה קהילתית יש 13 ערוגות. בעונה הראשונה, מספר השתילים בכל ערוגה היה גדול במספר קבוע ממספר השתילים בערוגה שלפניה. מספר השתילים בערוגה האחרונה היה גדול פי 5 ממספר השתילים בערוגה הראשונה. בעונה זו היו בגינה 351 שתילים סך הכול.

א. מצאו כמה שתילים היו בערוגה הראשונה.

ב. מצאו כמה שתילים היו בערוגה האמצעית.

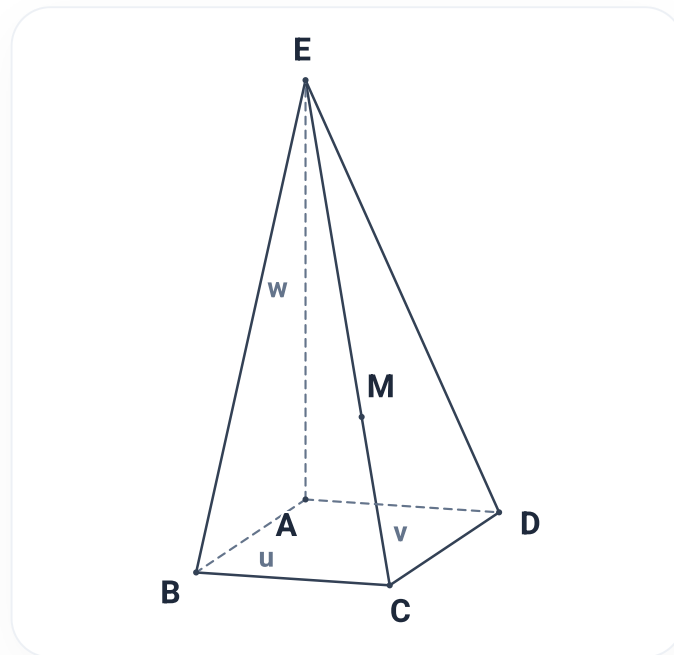
ג. מצאו כמה שתילים סך הכול היו בערוגות האי-זוגיות (בערוגה הראשונה, השלישית, החמישית וכן הלאה).

בעונה השנייה מספר השתילים בגינה היה גדול פי 2 ממספר השתילים בה בעונה הראשונה, ולכן הוחלט להוסיף ערוגות לגינה. בעונה השנייה, מספר השתילים בכל ערוגה היה גדול ב-4 ממספר השתילים בערוגה שלפניה. בעונה זו היו בערוגה הראשונה 5 שתילים.

ד. מצאו את מספר הערוגות שהוסיפו לגינה בעונה השנייה.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה גבוהה: ניצבות, שיעורי נקודות ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCDE$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CE}$. מאונך לבסיס הפירמידה. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$. נתון: $|\underline{w}| = 2|\underline{u}|$.



א(1). הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{CE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

א(2). הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CE}$.

נתון: האורך של צלע הריבוע $ABCD$ הוא 3, $A(0,0,0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x . הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y . הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ב(1). מצאו את שיעורי הקודקודים E ו- C .

ב(2). מצאו את שיעורי הנקודה M .

ג. חשבו את שטח המשולש AMC .

שאלה 3 · חקירת פונקציה מעריכית וטרנספורמציה שלה

נתונה הפונקציה: $f(x) = (5 - 2x) \cdot e^{2x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -3 \cdot f(x) + 2$.

לפניכם הגרפים I-II-I (לסעיף ה(2)):

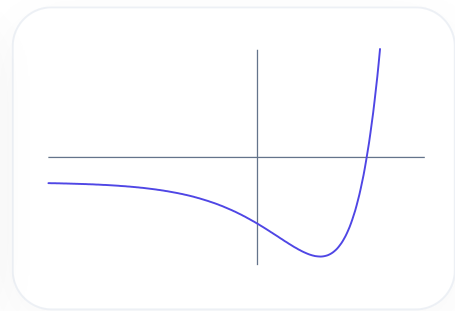
גרף III



גרף II



גרף I



ה(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

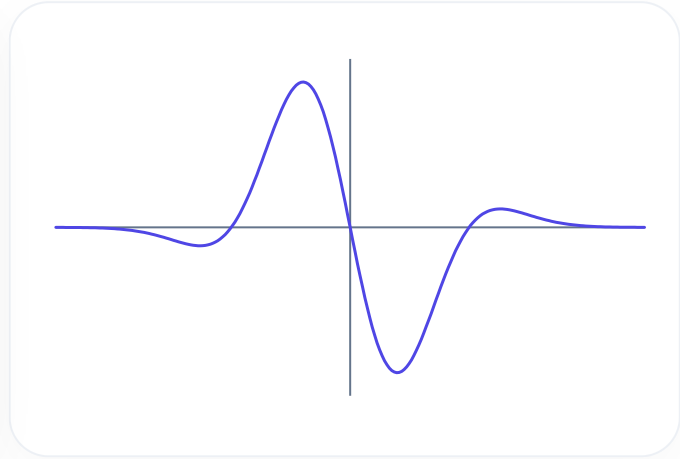
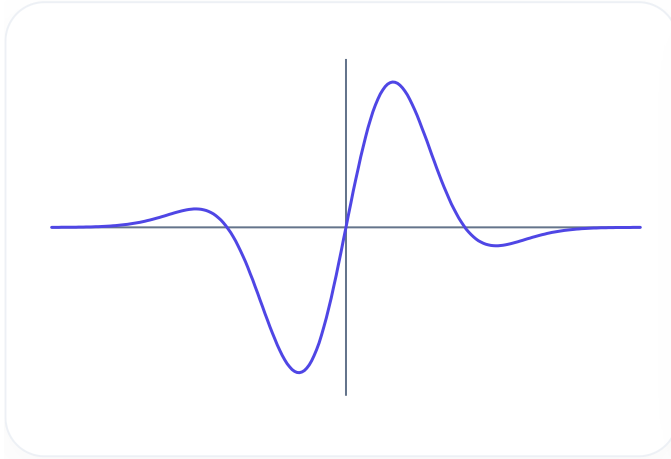
ה(2). אחד מן הגרפים I-II-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית: גרף הנגזרת ושטח

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום. לפניהם שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. בסרטוט של כל אחד מן הגרפים I-II מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .

גרף II

גרף I



א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = \frac{2x^2-2}{e^{x^2}}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

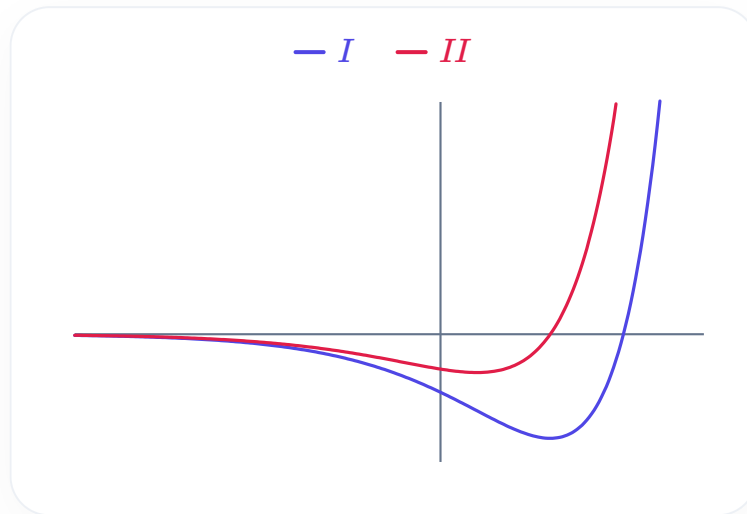
ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 5 · גרף פונקציה וגרף נגזרת: זיהוי, חקירה ושטח

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I, II. אחד מהם הוא גרף הפונקציה $f(x)$, והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.



- א. איזה מן הגרפים I, II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו.
נתון: $f(x) = (2x - 5) \cdot e^x$.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
נתונה הפונקציה: $g(x) = -f'(x)$.
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math