

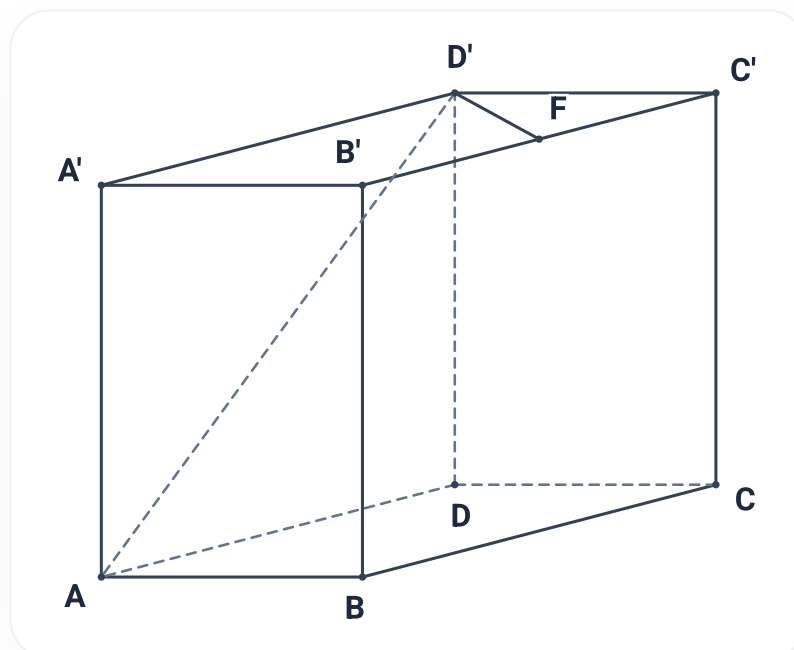
שאלה 1 · וקטורים במנסרה ישרה שבסיסה מקבילית: טענות על ניצבות ושטח משולש

במנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מקבילית.

נתון: $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{2}$, $\angle BAD = 45^\circ$, נפח המנסרה הוא 12.

הנקודה F היא אמצע המקצוע $B'C'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את $D'A$ ו- $D'F$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. לפניכם שלוש טענות (1)-(3). קבעו אילו מהטענות נכונות. נמקו.

$$(1) \quad \underline{u} \cdot \underline{v} = 0$$

$$(2) \quad \underline{v} \cdot \underline{w} = 0$$

$$(3) \quad D'A \text{ מאונך ל-} D'F$$

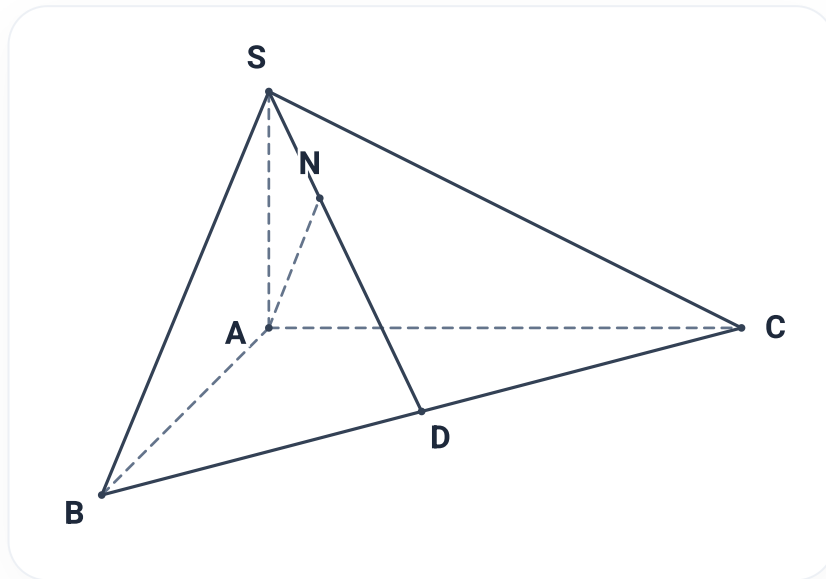
ג. חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

ד(1). חשבו את אורך הווקטור $D'F$.

ד(2). חשבו את שטח המשולש $AD'F$.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה נמוכה: ניצבות של וקטור למישור ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. הנקודה D היא אמצע המקצוע BC . הנקודה N נמצאת על SD כך ש- $\overrightarrow{SN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SD}$. המקצוע AS הוא גובה בפירמידה. נתון: $\angle BAC = 90^\circ$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{SD}$ ו- $\overrightarrow{AN}$.

נתון: $|\underline{u}| = 6$, $|\underline{v}| = 3$.

ב(1). הוכיחו כי $\overrightarrow{AN}$ מאונך ל- $\overrightarrow{SD}$.

ב(2). הוכיחו כי $\overrightarrow{AN}$ מאונך למישור BSC.

נתון: $A(0, 0, 0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y, והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג(1). מה הם שיעורי הנקודות B, C ו-S?

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודות D ו-N.

ד. חשבו את שטח המשולש AND.

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: שתי תרופות בדם

נועה נטלה שתי תרופות - תרופה א ותרופה ב - באותו הרגע. הכמות של כל אחת מן התרופות בדם נמדדה במיליגרמים (מ"ג). הכמות ההתחלתית של תרופה א בדם הייתה גדולה מזו של תרופה ב. בכל שעה קטנה הכמות של כל אחת מן התרופות בדם באחוז קבוע (כל אחת באחוז שונה). נתון כי לאחר זמן מסוים מרגע נטילת התרופות, הייתה הכמות של תרופה ב בדם גדולה מזו של תרופה א.

א. האם האחוז שבו קטנה בכל שעה הכמות של תרופה ב היה גדול מן האחוז שבו קטנה בכל שעה הכמות של תרופה א? נמקו את תשובתכם.

נתון שהכמות ההתחלתית של תרופה א בדם הייתה 500 מ"ג, ובכל שעה היא קטנה ב-15%.

ב. מצאו כעבור כמה זמן מרגע נטילת התרופות הייתה הכמות של תרופה א בדם 120 מ"ג.

לאחר 4 שעות מרגע נטילת התרופות, הייתה הכמות של תרופה ב בדם 72% מן הכמות ההתחלתית שלה.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטנה הכמות של תרופה ב בדם בכל שעה.

לאחר 10 שעות מרגע נטילת התרופות, הייתה הכמות של תרופה ב בדם 180 מ"ג.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מרגע נטילת התרופות הייתה הכמות של שתי התרופות בדם שווה.

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית שהיא מנה, ושיקוף והזזה של הגרף

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^x - 2}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x) - 4$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ו(2). כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x? נמקו.

שאלה 5 · פונקציה מעריכית לפי נגזרתה: קיצון, פונקציה קדומה ושטח

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x . נתון: $f'(x) = 2e^{2x} - 2e^{2-2x}$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל x .

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)-(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו.

$$(1) \quad f(x) = e^{2x} - e^{2-2x} + c$$

$$(2) \quad f(x) = 4e^{2x} + 4e^{2-2x} + c$$

$$(3) \quad f(x) = e^{2x} + e^{2-2x} + c$$

$$(4) \quad f(x) = e^{2x} - 4e^{2-2x} + c$$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $\frac{e^2+1}{2}$.

ד(1). מצאו את c .

ד(2). מצאו את ערך ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math