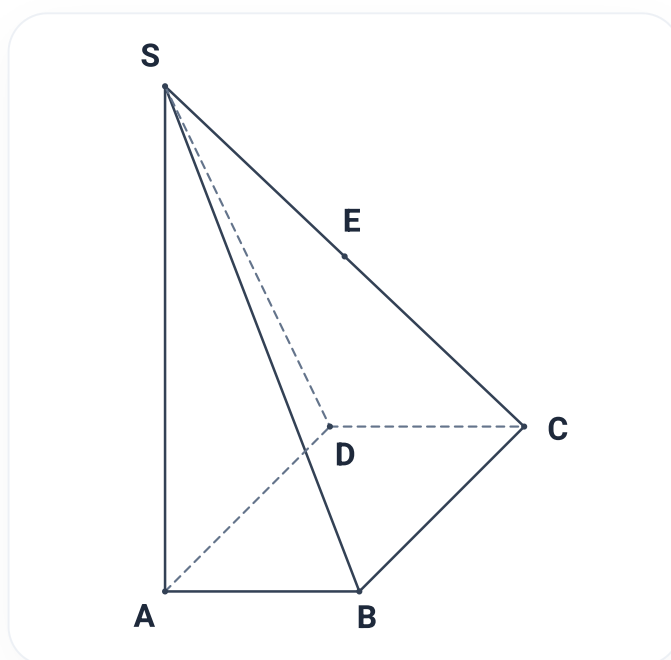


שאלה 1 · וקטורים בפירמידה: הוכחת ניצבות ושטח משולש

נתונה פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מלבן. המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה. הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט). נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SA} = \underline{w}$. נתון: $|\underline{u}| = 5$, $|\underline{v}| = 12$, $|\underline{w}| = 13$.



א(1). הביעו את $\overrightarrow{SC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

א(2). הראו כי $\overrightarrow{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$, והביעו את $\overrightarrow{ED}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות: $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$. נמקו.

ג. הוכיחו כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$.

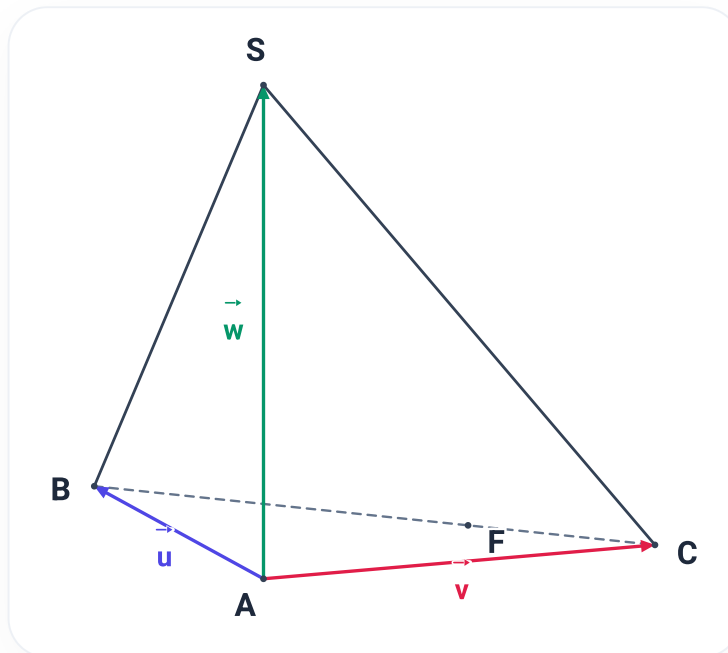
נתון: $D(0,0,0)$, הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x , הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- y , שיעור ה- z של הנקודה S הוא חיובי.

ד(1). מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C ו- S .

ד(2). חשבו את שטח המשולש DEB . היעזרו בסעיף ג.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: ניצבות בבסיס ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC . הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 3$, $\angle BAC = 120^\circ$, $|\underline{w}| = 4$.



א(1). הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטור $\overrightarrow{BC}$.

א(2). הראו כי $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג(1). מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ג(2). הוכיחו כי $\overrightarrow{AF}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AB}$.

ד(1). מצאו את הערך של $|\overrightarrow{AF}|$.

ד(2). חשבו את שטח המשולש ABF .

שאלה 3 · גדילה: אצות בשתי בריכות

בבריכה A יש 2,000 אצות, ומספר האצות בה גדל ב-5% בכל יום. בבריכה B יש 1,200 אצות, ומספר האצות בה גדל ב-10% בכל יום.

- א. כמה אצות יהיו בבריכה A לאחר 6 ימים?
- ב. באיזו בריכה יהיו יותר אצות לאחר 6 ימים, ובכמה?
- ג(1). נסמן ב- t את מספר הימים עד שמספר האצות בשתי הבריכות יהיה שווה. הראו כי $\left(\frac{1.1}{1.05}\right)^t = \frac{5}{3}$.
- ג(2). לאחר כמה ימים יהיה מספר האצות בשתי הבריכות שווה?
- ד. לאחר כמה ימים שלמים יעבור לראשונה מספר האצות בבריכה A את 5,000?

שאלה 4 · חקירת מכפלת פולינום ב-e בחזקת x וקיצון של ערך מוחלט

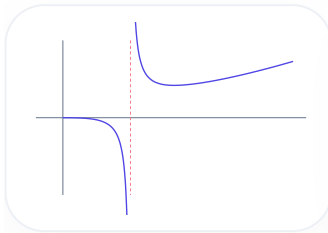
נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 3) \cdot e^x$, המוגדרת לכל x .

- א. הראו כי $f'(x) = (x + 3)(x - 1)e^x$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

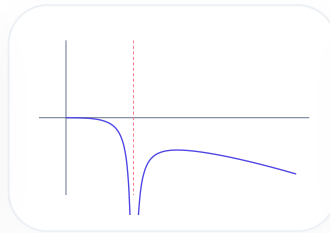
שאלה 5 · חקירת פונקציית מנה עם $\ln$ במכנה

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2}{\ln(x)}$.

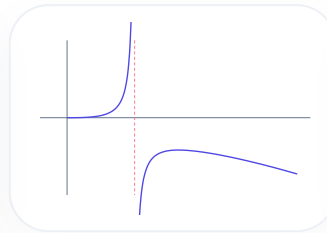
גרף IV



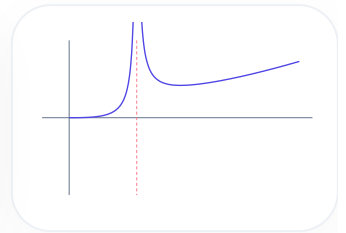
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב(1). הראו כי $f'(x) = \frac{2x(2\ln x - 1)}{(\ln x)^2}$.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם הוא גרף הפונקציה $f(x)$. נמקו.

ה. בכמה נקודות חותך הישר $y = -2$ את גרף הפונקציה $f(x)$? נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math