

שאלה 1 · סדרה חשבונית והנדסית: חיסכון לטיול ותשלומים על אופניים

שירה חוסכת כסף לטיול. בחודש הראשון הפקידה שירה 800 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הפקידה 300 שקלים יותר מבחודש שלפניו.

א. כמה שקלים הפקידה שירה בחודש השישי?

ב. מצאו לאחר כמה חודשים הגיע סכום הפיקדונות של שירה ל-14,800 שקלים.

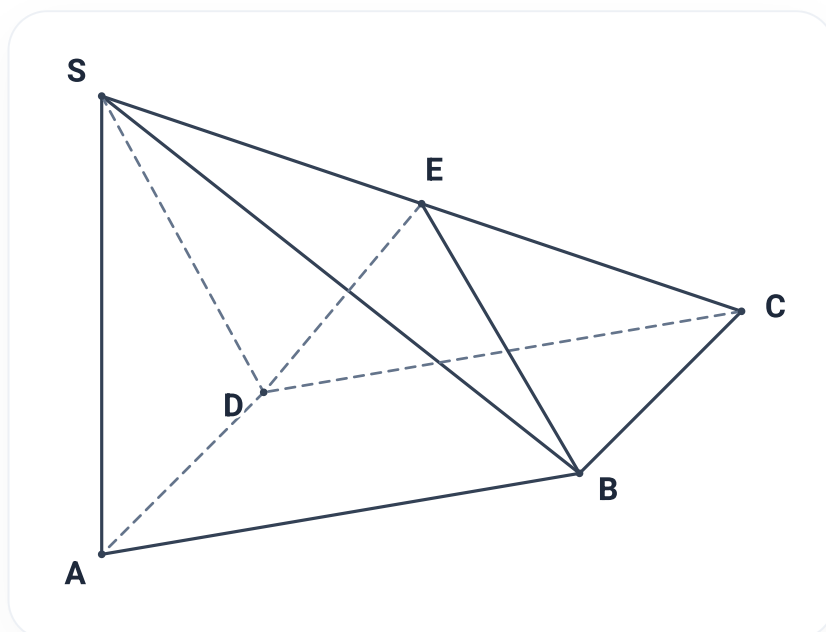
בחודש ה-10 שירה לא הפקידה כסף, ובמקום זאת קנתה אופניים שמחירם שווה לפיקדון שהייתה אמורה להפקיד בחודש זה. שירה שילמה בעבור האופניים בשלושה תשלומים. כל תשלום גדול פי 2 מן התשלום שלפניו.

ג(1). מה מחיר האופניים?

ג(2). מצאו את התשלום הראשון.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה שבסיסה מעוין: הוכחת ניצבות

בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מעוין שאורך צלעו 6, ו- $\angle BAD = 60^\circ$. המקצוע AS מאונך לבסיס הפירמידה, ואורכו 6. הנקודה E היא אמצע המקצוע SC . נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.



א(1). הראו כי $\vec{AE} = \frac{1}{2} (\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$.

א(2). הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\vec{EB}$ ו- $\vec{ED}$.

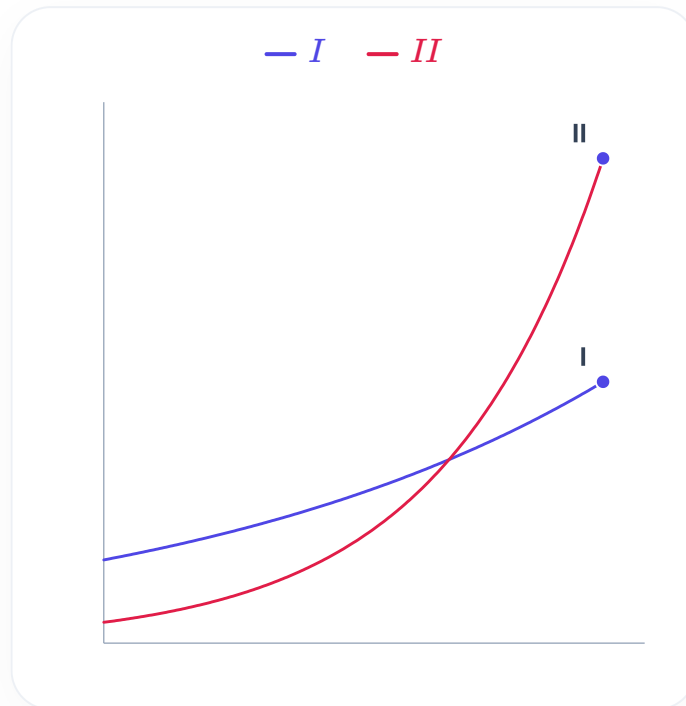
ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות $\underline{u} \cdot \underline{v}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$.

ג. הוכיחו כי $\vec{EB}$ מאונך ל- $\vec{ED}$.

ד. חשבו את נפח הפירמידה $SABCD$.

שאלה 3 · גדילה: משתמשים בשתי אפליקציות

בתחילת שנת 2024 היו לאפליקציה A 2 מיליון משתמשים, ולאפליקציה B 0.5 מיליון משתמשים. מספר המשתמשים באפליקציה A גדל ב-10% בכל שנה, ומספר המשתמשים באפליקציה B גדל ב-30% בכל שנה.



א. מצאו כמה משתמשים היו באפליקציה A בתחילת שנת 2028.

לפניכם שני גרפים I-II המתארים את מספר המשתמשים באפליקציות A ו-B מתחילת שנת 2024 והלאה.

ב. איזה מן הגרפים I-II מתאר את מספר המשתמשים באפליקציה B? נמקו את תשובתכם.

ג(1). נסמן ב- t את מספר השנים מתחילת שנת 2024. הראו כי בזמן שבו מספר המשתמשים בשתי האפליקציות שווה, מתקיים $\left(\frac{1.3}{1.1}\right)^t = 4$.

ג(2). מצאו כעבור כמה שנים מתחילת שנת 2024 מספר המשתמשים בשתי האפליקציות שווה.

ד. בתחילת איזו שנה יהיה לראשונה מספר המשתמשים באפליקציה B גדול ממספר המשתמשים באפליקציה A?

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית במנה ותחומי סימן

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ ואת משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{e^x(x-3)}{(x-2)^2}$.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג(3). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + 15$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$. נמקו.

שאלה 5 · חקירת הפונקציה $x/\ln x$ ופונקציה שנגזרתה $f(x)-c$

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ ואת משוואת האסימפטוטה האנכית שלה.

ב. הראו כי $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$, ומצאו את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: כאשר $x \rightarrow 0^+$, $f(x) \rightarrow 0$, וכאשר $x \rightarrow \infty$, $f(x) \rightarrow \infty$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של $f(x)$, ונגזרתה היא $g'(x) = f(x) - 4$.

ה. הסבירו מדוע נקודות הקיצון של $g(x)$ נמצאות בנקודות שבהן $f(x) = 4$, ומצאו כמה נקודות קיצון יש ל- $g(x)$ ומה סוגן.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math