

שאלה 1 · סדרה חשבונית והנדסית: ייצור ומכירה של אופניים

במפעל החלו לייצר אופניים חשמליים. בשבוע הראשון ייצרו 500 אופניים, ובכל שבוע שלאחר מכן ייצרו 40 אופניים יותר מבשבוע שלפניו. הייצור נמשך 30 שבועות.

א(1). באיזה שבוע ייצרו 1,300 אופניים?

א(2). כמה אופניים ייצרו במפעל בכל 30 השבועות?

בגמר הייצור מכר המפעל את האופניים במשך כמה חודשים. בכל חודש נמכרו פי 2 אופניים מבחודש שלפניו. בחודש ה-4 נמכרו 320 אופניים.

ב. כמה אופניים נמכרו בחודש הראשון?

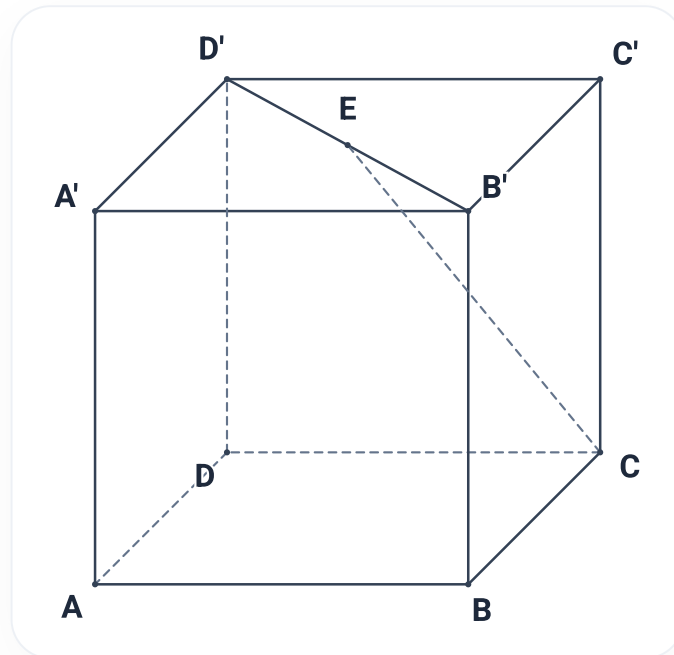
החודש ה-5 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?

ד. כמה מן האופניים שייצרו במפעל לא נמכרו?

שאלה 2 · וקטורים בקובייה: גובה במשולש אלכסונים

בסרטוט שלפניכם קובייה $ABCD A'B'C'D'$ שאורך מקצועה 6. הנקודה E היא אמצע האלכסון $B'D'$ של הפאה העליונה. נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $B'D'$ ו- $\overrightarrow{CE}$.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $\overrightarrow{CE}$.

ג. הראו כי $\overrightarrow{CE}$ מאונך ל- $B'D'$.

ד. חשבו את שטח המשולש $B'CD'$.

שאלה 3 · דעיכה של גלגל ים ומזרן ים: נפח, אחוז וזמן

ביום הקנייה נפח גלגל ים היה 4,000 סמ"ק ונפח מזרן ים היה 8,000 סמ"ק. עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל קטן ב-5% בכל יום, ונפח המזרן קטן באחוז קבוע אחר בכל יום. כעבור 10 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.

א. מצאו את נפח הגלגל כעבור 10 ימים מיום הקנייה.

ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.

כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן חצי מנפח הגלגל.

ג. מצאו את t .

לאחר כמה שבועות ניפחו את המזרן. במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב-20%, ובסיום הניפוח היה נפחו גדול פי 3 מן הנפח בתחילת הניפוח.

ד. כמה דקות נמשך הניפוח?

שאלה 4 · חקירת מכפלה של פונקציה קווית ומעריכית (בלי פרמטר)

נתונה הפונקציה $f(x) = (6 - 2x) \cdot e^{x-1}$, המוגדרת לכל x .

א. הראו כי $f'(x) = (4 - 2x)e^{x-1}$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 4 \cdot e^{x-1}$, המוגדרת לכל x .

ד. הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x .

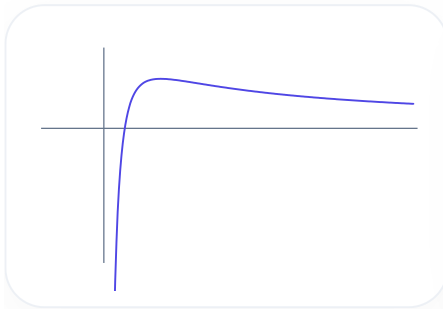
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

שאלה 5 · פונקציה לוגריתמית: חקירה, גרף הנגזרת ושטח (גרסת תרגול)

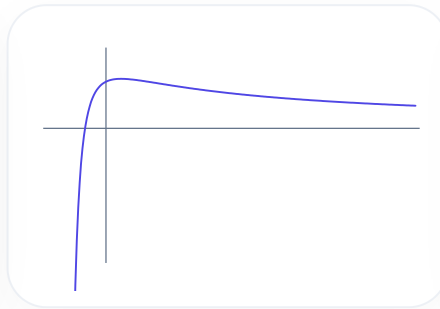
נתונה הפונקציה: $f(x) = (\ln x - 1)(\ln x + 1)$.

בסוף השאלה מופיעים שלושה גרפים I-II-I (לסעיף ה):

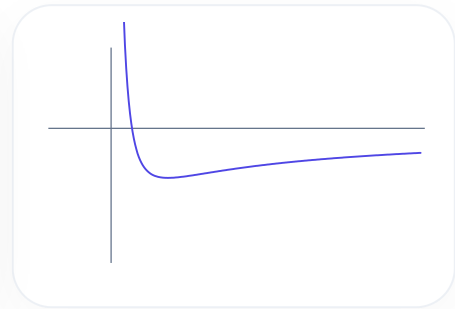
גרף III



גרף II



גרף I



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג(1). הראו כי $f'(x) = \frac{2 \ln x}{x}$.

ג(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה(1). אחד מן הגרפים I-II-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו.

ה(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e$.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math