

שאלה 1 · סדרה הנדסית וחשבונית: בקבוקים למסיבת סיום

תלמידי שכבה ט' ותלמידי שכבה ח' בבית ספר אספו בקבוקים ריקים והעבירו אותם למחזור תמורת כסף, כדי לממן מסיבת סוף שנה. תלמידי שכבה ט' אספו בקבוקים במשך 5 שבועות. בשבוע הראשון הם אספו 160 בקבוקים, ובכל שבוע אספו פי 1.5 בקבוקים מאשר בשבוע שלפניו.

א. כמה בקבוקים אספו תלמידי שכבה ט' בשבוע האחרון?

ב. כמה בקבוקים אספו תלמידי שכבה ט' בכל 5 השבועות?

תלמידי שכבה ח' אספו בקבוקים במשך 12 שבועות. בשבוע הראשון הם אספו 100 בקבוקים, ובכל שבוע אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו. בסך הכול אספו תלמידי שכבה ח' 2,520 בקבוקים.

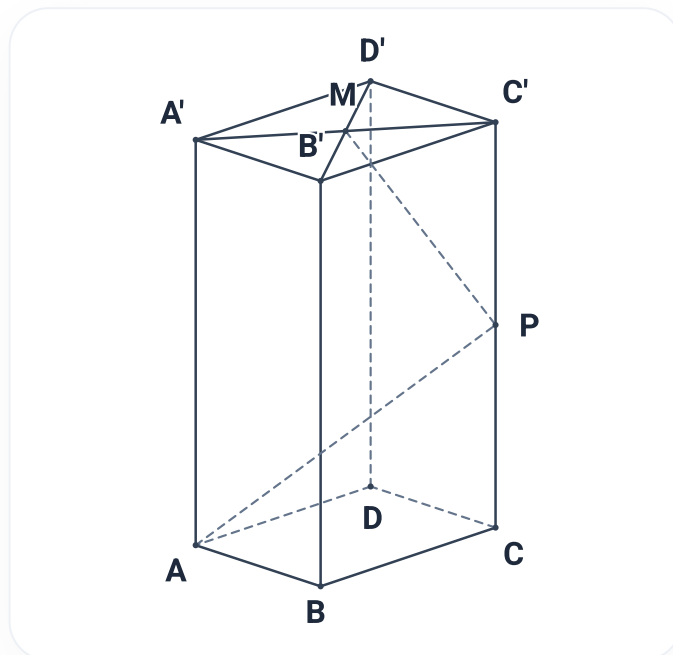
ג. מצאו את הערך של d .

בעבור כל בקבוק קיבלו התלמידים 0.4 שקלים. עלות המסיבה היא 1,800 שקלים.

ד. האם הסכום שקיבלו שתי השכבות יחד יספיק למימון המסיבה? נמקו את תשובתכם.

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: ניצבות ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$. הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה העליונה $A' B' C' D'$, והנקודה P היא אמצע המקצוע CC' . נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AM}$ ו- $\overrightarrow{AP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. הראו כי $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 6$.

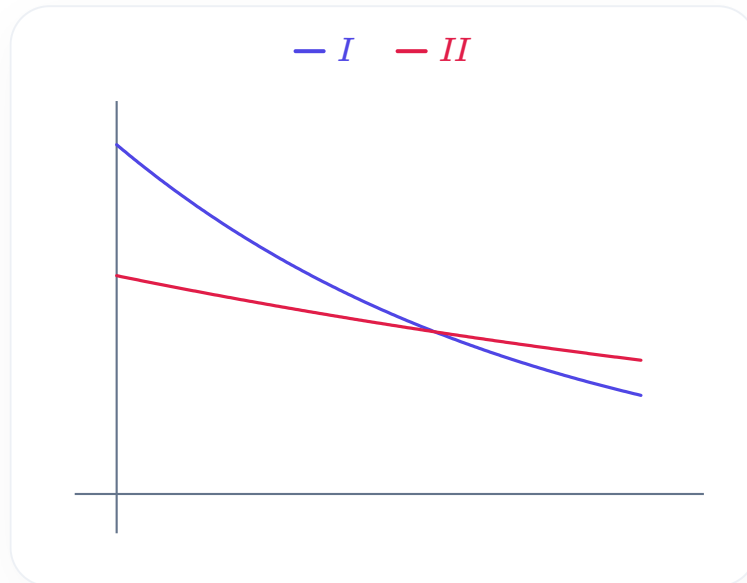
ג. הוכיחו כי $\overrightarrow{AP}$ מאונך ל- $\overrightarrow{MP}$.

ד. חשבו את שטח המשולש APM .

שאלה 3 · דעיכה מעריכית: תרופה בדם של שני מטופלים

שני מטופלים קיבלו תרופות שונות. כמות התרופה בדם קטנה בכל שעה באחוז קבוע.

הפונקציה $f(t) = 8 \cdot (0.9)^t$ מתארת את כמות התרופה (במיליגרם) בדם של המטופל הראשון, והפונקציה $g(t) = 5 \cdot (0.96)^t$ מתארת את כמות התרופה בדם של המטופל השני. t הוא הזמן בשעות מרגע קבלת התרופה. לפניכם סרטוט של שני הגרפים I-II המתארים את שתי הפונקציות.



א. בכמה אחוזים קטנה בכל שעה כמות התרופה בדם של כל אחד מן המטופלים? אצל איזה מטופל כמות התרופה קטנה מהר יותר?

ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

ג. מצאו את כמות התרופה בדם של כל אחד מן המטופלים לאחר 5 שעות. אצל איזה מטופל הייתה הכמות גדולה יותר?

ד(1). הראו כי המשוואה $f(t) = g(t)$ שקולה למשוואה $\left(\frac{0.96}{0.9}\right)^t = 1.6$.

ד(2). מצאו לאחר כמה שעות הייתה כמות התרופה בדם של שני המטופלים שווה.

במעבדה בדקו גם תרבות חיידקים. מספר החיידקים בתרבות גדל בכל שעה באחוז קבוע, ולאחר 5 שעות היה מספר החיידקים גדול פי 1.4 ממספרם בהתחלה.

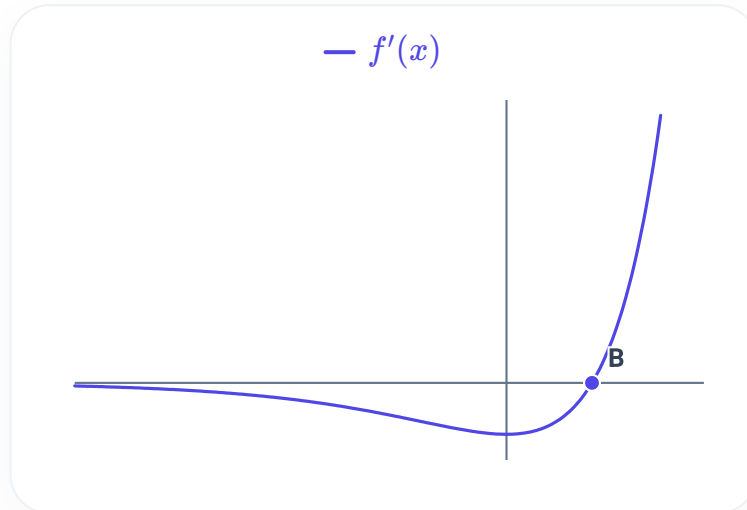
ה. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר החיידקים בכל שעה.

שאלה 4 · פונקציה מעריכית וגרף הנגזרת שלה: שטח מתחת לנגזרת

נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x} - 4e^x$.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. גרף פונקציית הנגזרת חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד - הנקודה B.



ב. הראו כי $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$, ומצאו את שיעור ה-x של הנקודה B.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$, ואת שיעורי נקודת הקיצון שלה. קבעו את סוגה.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x = \ln 3$.

שאלה 5 · חקירת פונקציה עם $(\ln x)^2$ במונה ו-x במכנה

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$.

א. הראו כי $f'(x) = \frac{\ln x (2 - \ln x)}{x^2}$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 3)$.

ד(1). מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

ד(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math