

שאלה 1 · סדרות חשבוניות והנדסית: נרות ריחניים ונרות צבעוניים

סדנת נרות החלה לייצר נרות ריחניים לקראת החגים. בכל יום ייצרו בסדנה 4 נרות ריחניים יותר מביום שלפניו. מספר הנרות הריחניים שיייצרו בסדנה ביום השלישי וביום השמיני היה 146 נרות סך הכול.

א. מצאו כמה נרות ריחניים ייצרו בסדנה ביום הראשון.

סך הכול ייצרו בסדנה 1,860 נרות ריחניים.

ב. מצאו במשך כמה ימים ייצרו בסדנה נרות ריחניים.

במשך אותם ימים ייצרו בסדנה גם נרות צבעוניים. ביום הראשון ייצרו 5 נרות צבעוניים, ובכל יום ייצרו d נרות צבעוניים יותר מביום שלפניו. מספר הנרות הצבעוניים שיייצרו סך הכול היה קטן ב-240 ממספר הנרות הריחניים שיייצרו סך הכול.

ג. מצאו את הערך של d .

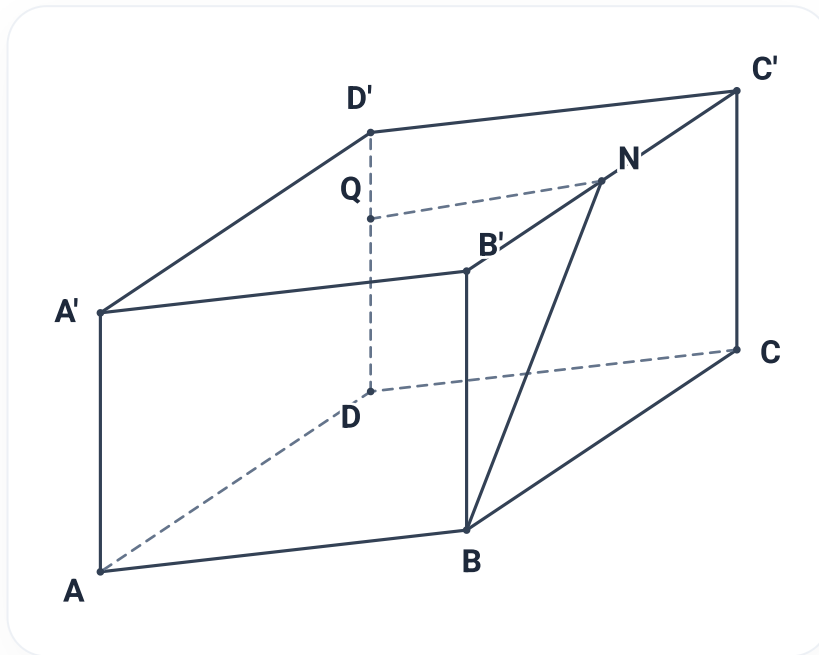
ד. החל מאיזה יום ייצרו בסדנה בכל יום יותר נרות צבעוניים מנרות ריחניים?

כל הנרות שיייצרו בסדנה (הריחניים והצבעוניים) נמכרו במשך 4 שבועות. מספר הנרות שנמכרו בכל שבוע היה גדול פי q ממספר הנרות שנמכרו בשבוע שלפניו (q קבוע). בשני השבועות האחרונים נמכרו פי 9 נרות מאשר בשני השבועות הראשונים.

ה. מצאו את q , ומצאו כמה נרות נמכרו בשבוע הראשון.

שאלה 2 · וקטורים במנסרה ישרה: ניצבות ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית. הנקודה N היא אמצע המקצוע $B' C'$, והנקודה Q נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DD'}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BN}$ ו- $\overrightarrow{QN}$.

נתון: $|\underline{u}| = 4$, $|\underline{v}| = 6$, $\angle DAB = 60^\circ$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה: $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

נתון: נפח המנסרה הוא $36\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

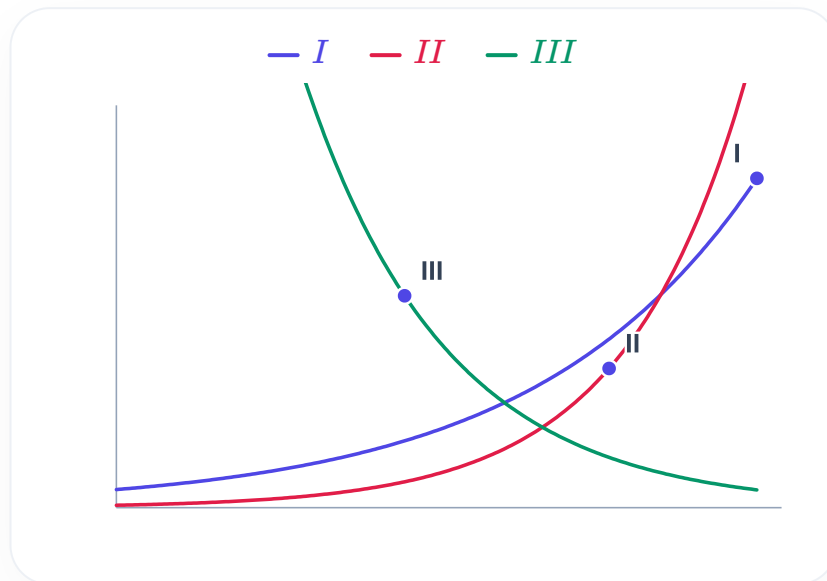
ד. הוכיחו כי $\overrightarrow{BN}$ מאונך ל- $\overrightarrow{QN}$.

ה(1). הראו כי $|\overrightarrow{QN}| = \sqrt{14}$.

ה(2). חשבו את שטח המשולש BNQ .

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: שלושה יישובים, יחס בין תהליכים ודעיכה משתי מדידות

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף לפי ימים בשלושה יישובים: א, ב ו-ג. מספר הנדבקים ביישוב א הוא $M(t) = 12 \cdot (1.5)^t$, ומספר הנדבקים ביישוב ב הוא $G(t) = 90 \cdot (1.25)^t$ - מספר הימים מהבדיקה הראשונית).



א. מבין הגרפים I-III קבעו איזה גרף מתאר את מספר הנדבקים ביישוב א, ואיזה גרף מתאר את מספר הנדבקים ביישוב ב. נמקו.

ב. לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב א גדול לראשונה פי 3 ממספר הנדבקים ביישוב ב?

ביישוב ג ניתנה תרופה ניסיונית, ובעקבות כך קטן מספר הנדבקים בו באופן מעריכי. לאחר 4 ימים היו ביישוב ג 2,000 נדבקים, ולאחר 10 ימים היו בו 250 נדבקים.

ג(1). חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג.

ג(2). כמה נדבקים היו ביישוב ג בזמן הבדיקה הראשונית?

ד. לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב ג שווה למספר הנדבקים ביישוב א?

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית שהיא מנה, ושיקוף והזזה של הגרף

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^x - 2}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x) - 4$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ו(2). כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x? נמקו.

שאלה 5 · פונקציה עם חזקת פרמטר: מקום נקודות הקיצון ומספר פתרונות

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot (\ln x - k)$, כאשר k הוא פרמטר.

ידוע כי כאשר x מתקרב ל-0 מימין, ערכי $f(x)$ מתקרבים ל-0 (לכל k).

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת שיעורי נקודת החיתוך של הגרף שלה עם ציר ה-x. הביעו באמצעות k .

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגה. הביעו באמצעות k .

ג. הראו כי לכל ערך של k , נקודת הקיצון של $f(x)$ נמצאת על גרף הפונקציה $y = -\frac{1}{2}x^2$.

נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x)$, כאשר $a \neq 0$, והפונקציות מוגדרות באותו התחום. נקודת הקיצון של $g(x)$ היא $(e, 2e^2)$.

ד. מצאו את k ואת a , וקבעו את סוג נקודת הקיצון של $g(x)$.

ה. עבור ערכי k ו- a שמצאתם, מצאו את כל ערכי m שעבורם למשוואה $g(x) = m$ יש בדיוק שני פתרונות.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math