

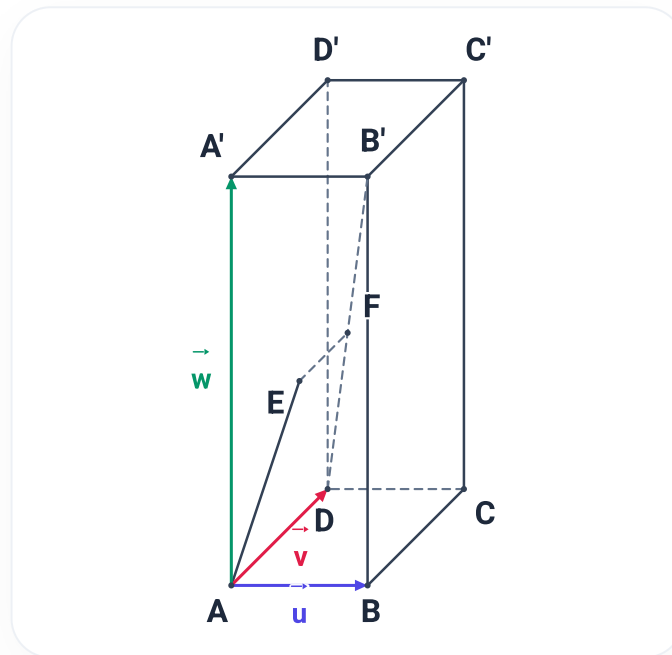
מתכונת במתמטיקה - שאלון 472

מתכונת 2 מעל רמת בגרות

4 יח"ל · שאלון 035472 · 5 שאלות

שאלה 1 · וקטורים בתיבה: אמצע האלכסון וזוויות של טרפז

בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCD A' B' C' D'$. הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $ABB' A'$. נסמן:
 $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$. הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\underline{v}$.



א(1). הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ ו- $\overrightarrow{DB'}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{u}$.

א(2). הוכיחו: $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB'}$.

ב(1). הסבירו מדוע EF מקביל ל- AD .

ב(2). הוכיחו: $\overrightarrow{AD}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AE}$.

נתון: בסיס התיבה $ABCD$ הוא מלבן שבו $AB = 2$ ו- $AD = 4$. נפח התיבה הוא 48.

ג(1). חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

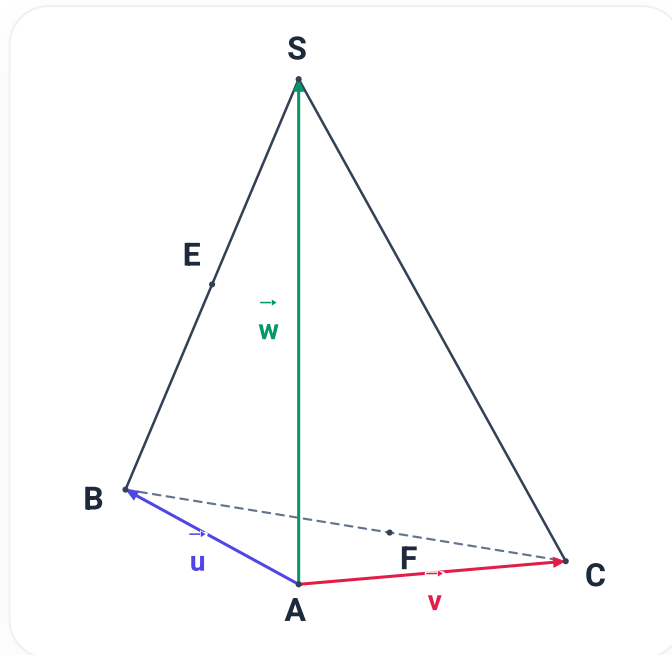
ג(2). חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{DF}$.

ד(1). חשבו את גודל הזווית ADF .

ד(2). מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע $AEFD$.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: מיקום נקודה מתנאי ניצבות

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC . הנקודה E היא אמצע המקצוע BS . הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\overrightarrow{BF} = t \cdot \overrightarrow{BC}$ ($0 < t < 1$). נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$. נתון: $\angle BAC = 120^\circ$, $|\underline{w}| = 8$, $|\underline{v}| = 4$, $|\underline{u}| = 6$.



א. הביעו את $\overrightarrow{AE}$ ואת $\overrightarrow{AF}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$ (ובאמצעות t לפי הצורך).

ב. מצאו את הערך של t שעבורו $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AF}$.

ג. הוכיחו כי עבור ערך t שמצאתם, $\overrightarrow{AF}$ מאונך למישור ABS . הסבירו מדוע לכן $\overrightarrow{AF}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AP}$ לכל נקודה P על המקצוע BS .

ד. עבור ערך t שמצאתם, חשבו את שטח המשולש EAF .

שאלה 3 · חקירת פונקציה מעריכית וטרנספורמציה שלה

נתונה הפונקציה: $f(x) = (5 - 2x) \cdot e^{2x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

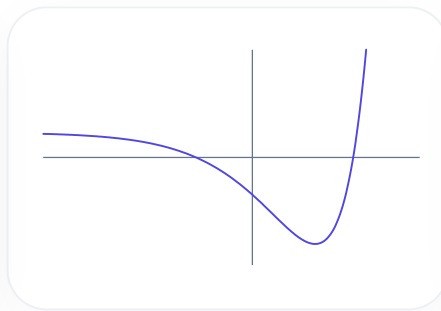
נתונה הפונקציה: $g(x) = -3 \cdot f(x) + 2$.

לפניכם הגרפים I-II-I (לסעיף ה(2)):

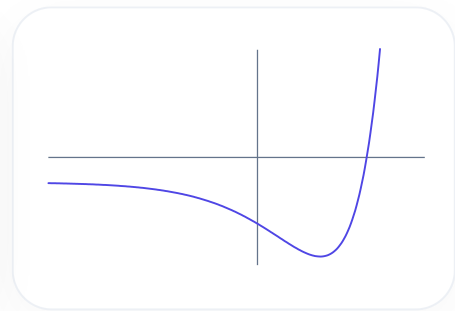
גרף III



גרף II



גרף I



ה(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ה(2). אחד מן הגרפים I-II-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

שאלה 4 · פונקציה מעריכית במנה עם פרמטר: מספר פתרונות ובעיה הפוכה

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{x-k}$, כאשר $k > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x (הביעו באמצעות k אם צריך).

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגה, ומצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$. הביעו באמצעות k .

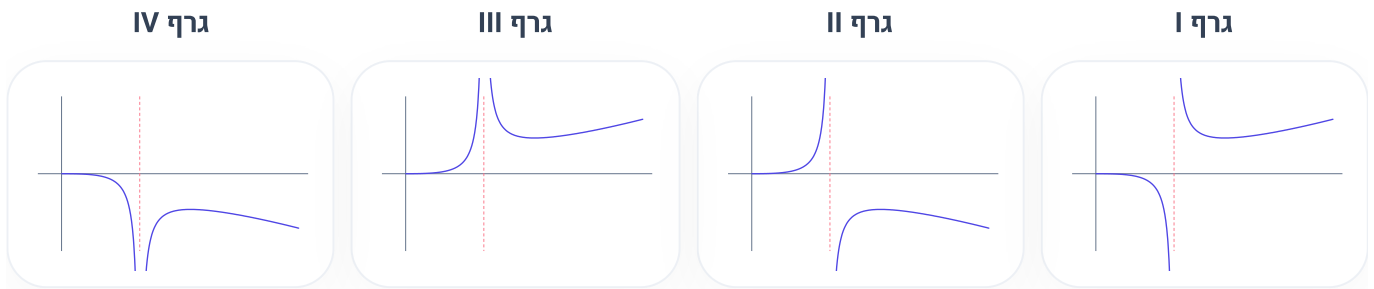
ג. נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של $f(x)$ הוא e^3 . מצאו את k .

הציבו $k = 2$. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x) + 25$, המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת $f(x)$.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף של $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו.

שאלה 5 · חקירת פונקציית מנה עם ח: אסימפטוטה, קיצון וזיהוי גרף

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2\ln(x)-1}$.



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

א(3). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y = t$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר $y = t - 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? אם כן - מצאו בכמה נקודות הוא חותך. אם לא - נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math