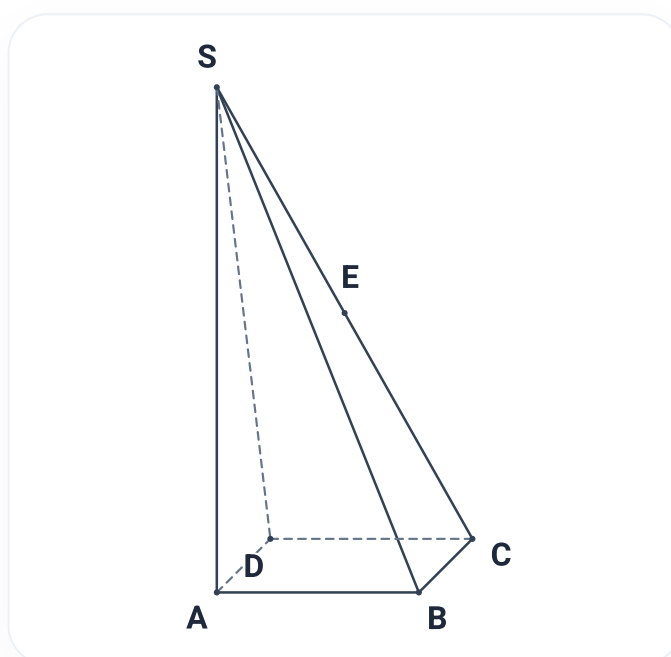


שאלה 1 · וקטורים בפירמידה: נקודה משתנה על מקצוע וזווית ישרה

נתונה פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מלבן. המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה. הנקודה E נמצאת על המקצוע SC ומקיימת $\overrightarrow{SE} = k \cdot \overrightarrow{SC}$, כאשר $0 < k \leq 1$ (ראו סרטוט). נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SA} = \underline{w}$. נתון: $|\underline{u}| = 4$, $|\underline{v}| = 3$, $|\underline{w}| = 10$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו- $\overrightarrow{ED}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k .

ב. מצאו את כל הערכים של k שעבורם $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$. עבור אחד מהם הניצבות נובעת ישירות מכך שהבסיס מלבן - איזה, ומדוע?

ג. עבור $k = 0.5$ (כלומר כאשר E היא אמצע המקצוע SC), קבעו אם הזווית BED חדה, ישרה או קהה. נמקו.

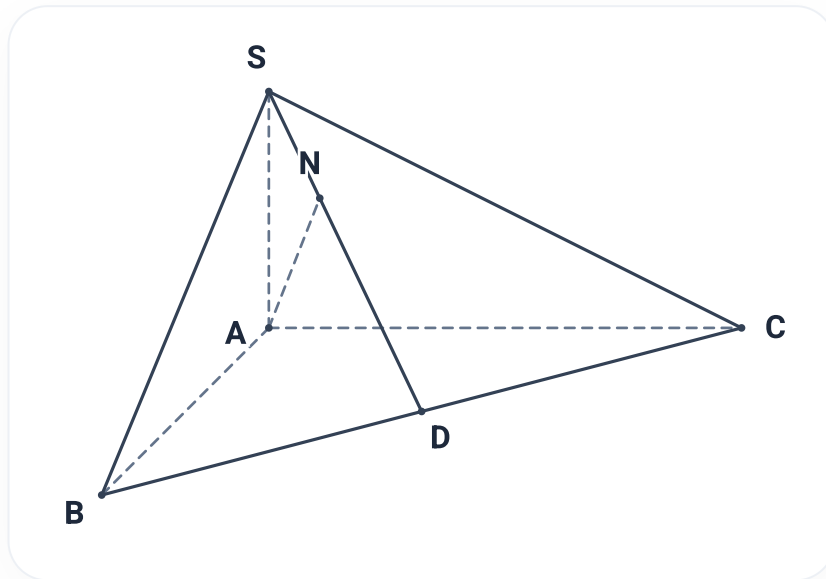
הציבו את הערך של k שמצאתם בסעיף ב שעבורו $E \neq C$. נתון: $D(0,0,0)$, הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x , הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- y , שיעור ה- z של הנקודה S הוא חיובי.

ד(1). מצאו את שיעורי הנקודה E .

ד(2). חשבו את שטח המשולש DEB .

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה נמוכה: ניצבות של וקטור למישור ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. הנקודה D היא אמצע המקצוע BC . הנקודה N נמצאת על SD כך ש- $\overrightarrow{SN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SD}$. המקצוע AS הוא גובה בפירמידה. נתון: $\angle BAC = 90^\circ$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{SD}$ ו- $\overrightarrow{AN}$.

נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 6$.

ב(1). הוכיחו כי $\overrightarrow{AN}$ מאונך ל- $\overrightarrow{SD}$.

ב(2). הוכיחו כי $\overrightarrow{AN}$ מאונך למישור BSC.

נתון: $A(0, 0, 0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y, והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

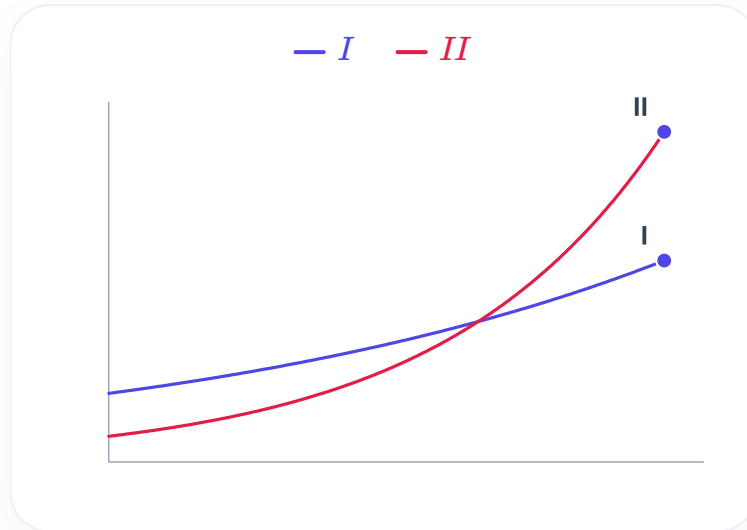
ג(1). מה הם שיעורי הנקודות B, C ו-S?

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודות D ו-N.

ד. חשבו את שטח המשולש AND.

שאלה 3 · גדילה: מתי שירות הסטרימינג יעקוף

בתחילת שנת 2025 היו לשירות סטרימינג A 40 מיליון מנויים, ולשירות סטרימינג B היו 15 מיליון מנויים. מספר המנויים של A עולה ב-8% בכל שנה. מספר המנויים של B עולה באחוז קבוע בכל שנה, ובכל 3 שנים הוא גדל ב-72.8%.



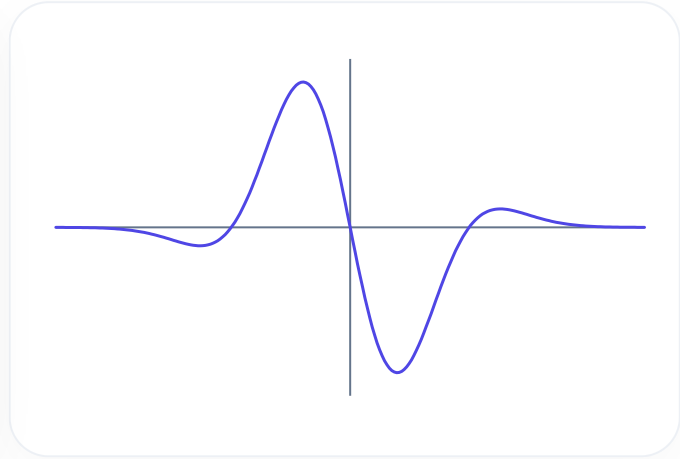
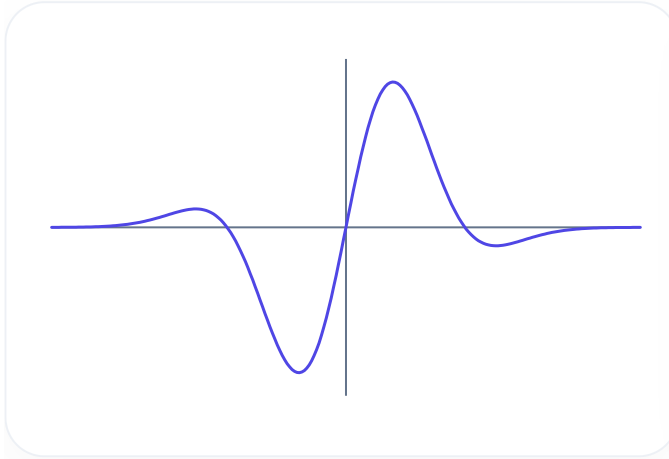
- א. מצאו בכמה אחוזים עולה מספר המנויים של B בכל שנה.
- ב. בסרטוט שני גרפים I-II המתארים את מספר המנויים של A ושל B מתחילת שנת 2025 והלאה. איזה מן הגרפים מתאר את B? הסבירו מדוע אחרי נקודת החיתוך של הגרפים מספר המנויים של B יישאר גדול ממספר המנויים של A לתמיד.
- ג. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2025 יהיה מספר המנויים של A שווה למספר המנויים של B. באיזו שנה זה יקרה?
- ד. הנהלת B רוצה שמספר המנויים שלה ישתווה למספר המנויים של A כבר בתחילת שנת 2031. בהנחה שהנתונים על A ומספר המנויים של B בתחילת 2025 לא משתנים, בכמה אחוזים צריך לעלות מספר המנויים של B בכל שנה?

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית: גרף הנגזרת ושטח

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום. לפניהם שני גרפים, I ו- II , אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. בסרטוט של כל אחד מן הגרפים I ו- II מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .

גרף II

גרף I



א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = \frac{2x^2-2}{e^{x^2}}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

שאלה 5 · מנה עם $\ln$ ופרמטר: הפרמטר מתוך שטח ומספר פתרונות

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{\ln(x)-a}$, כאשר a הוא פרמטר.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של $f(x)$ ואת משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .

ב. מצאו באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e^{a+1}$ הוא $(e-2)e^3$.

ג. מצאו את a .

הציבו $a = 1$.

ד. מצאו לאילו ערכים של m למשוואה $f(x) = m$ אין פתרון, לאילו יש פתרון אחד, ולאילו יש שני פתרונות.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math