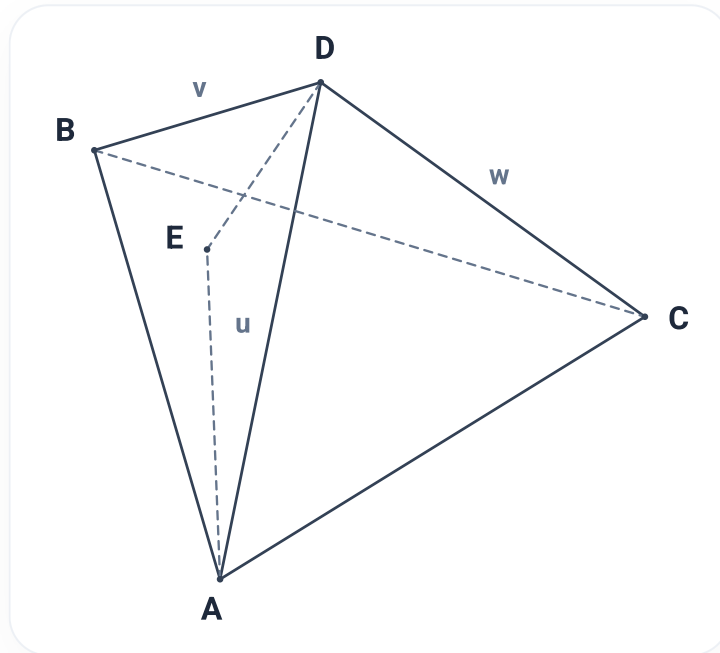


שאלה 1 · וקטורים בפירמידה עם שלושה מקצועות ניצבים: זווית, שטח וניצבות

בפירמידה המשולשת $ABCD$ המקצועות AD , BD ו- CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC , ומתקיים: $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$. נסמן: $\vec{DA} = \underline{u}$, $\vec{DB} = \underline{v}$, $\vec{DC} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{v}| = 1$, $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$.

ב(1). חשבו את אורכי המקצועות AB ו- AC .

ב(2). חשבו את גודל הזווית BAC .

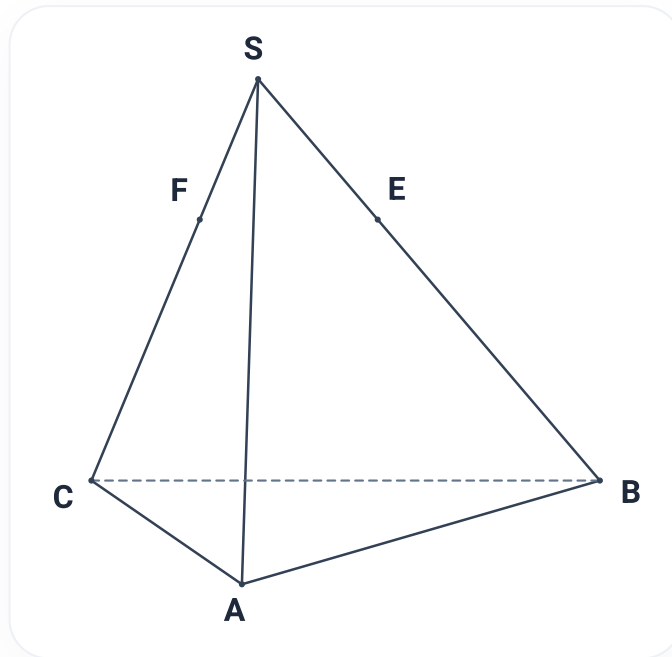
ב(3). חשבו את שטח המשולש ABC .

ג. הוכיחו כי הווקטור $\vec{DE}$ מאונך למישור ABC .

ד. חשבו את נפח הפירמידה $ABCD$.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה משולשת: יחס לא ידוע על המקצועות

בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC.



נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC, כך ש- $\vec{SE} = k \cdot \vec{SB}$ ו- $\vec{SF} = k \cdot \vec{SC}$, כאשר k הוא מספר קבוע ($0 < k < 1$).

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, ו- k את הווקטורים $\vec{SE}$, $\vec{SF}$, ו- $\vec{EF}$.

ב. הראו כי $\vec{EF} = k \cdot \vec{BC}$, והסבירו מדוע EF מקביל ל-BC.

נתון: $B(-1, 2, 1)$, $C(7, 6, 9)$. אורך הקטע EF הוא 3.

ג. מצאו את k .

נתון: $S(3, 6, 13)$.

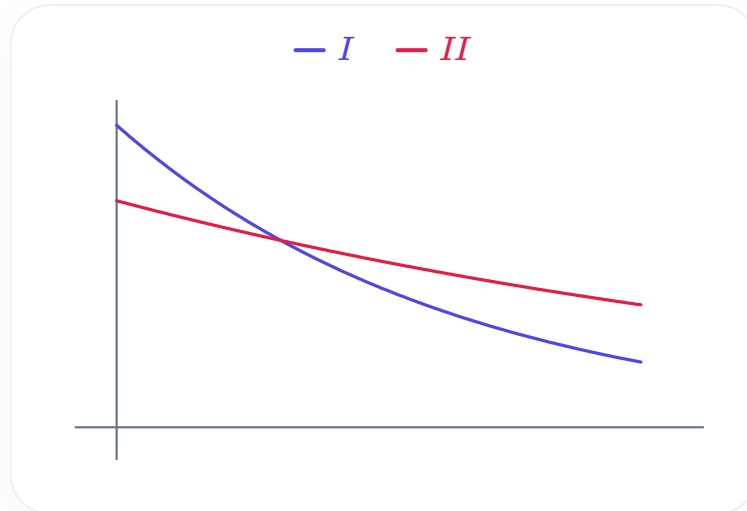
ד. מצאו את שיעורי הנקודות E ו-F.

נתון: $A(3, -1, 3)$.

ה. חשבו את שטח המשולש EAF.

שאלה 3 · דעיכה מעריכית: שני אגמים מתייבשים

באזור מדברי יש שני אגמים A ו-B. במשך השנים האגמים מתייבשים, וכמות המים בהם קטנה. חוקר מדד את כמות המים בכל אחד מן האגמים בסוף כל קיץ במשך 12 שנים. לפניכם סרטוט המתאר את כמות המים בכל אגם (במיליוני מ"ק) לפי שנים (ציר אופקי: הזמן בשנים; ציר אנכי: כמות המים במיליוני מ"ק).



- א. מבין הגרפים I, II, קבעו איזה גרף מתאים לאגם שכמות המים בו קטנה בקצב מהיר יותר. נמקו את קביעתכם.
הפונקציה $f(t) = 90 \cdot (0.95)^t$ מתארת את כמות המים באגם A בכל שנה. הפונקציה $g(t) = 120 \cdot (0.88)^t$ מתארת את כמות המים באגם B בכל שנה.
- ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.
- ג. באיזה משני האגמים הייתה כמות המים גדולה יותר לאחר 4 שנים מתחילת המדידות?
- ד. מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות הייתה כמות המים באגם A שווה לכמות המים באגם B.
- ה. החוקר בדק גם את השטח שמכוסה בקנים על גדות האגמים. הוא גילה שהשטח המכוסה בקנים גדל בכל שנה באחוז קבוע. לאחר 8 שנים מתחילת המדידות היה השטח המכוסה בקנים גדול פי 2.2 משטחו בתחילת המדידות. מצאו בכמה אחוזים גדל השטח המכוסה בקנים בכל שנה.

שאלה 4 · חקירה עם פרמטר: מקום נקודות הקיצון ופרמטר משטח

נתונה הפונקציה $f(x) = (a - 2x) \cdot e^{2x}$, המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר, $a > 2$.

א. מצאו באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. הראו כי לכל ערך של a , נקודת הקיצון של $f(x)$ נמצאת על גרף הפונקציה $h(x) = e^{2x}$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 2e^{2x}$. הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף $f(x)$ עם גרף $g(x)$. דרך A העבירו אנך לציר ה- x .

ג. הביעו באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

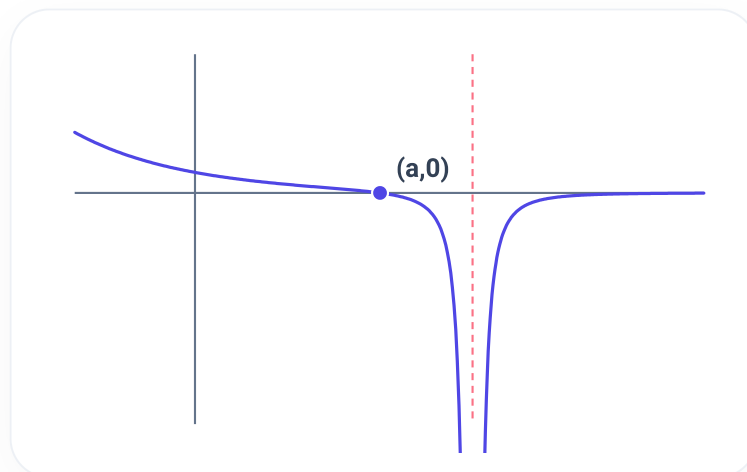
ד. מצאו את הערך של a שעבורו השטח שבסעיף ג שווה ל-2, ומצאו עבורו את שיעורי הנקודה A.

שאלה 5 · גרף הנגזרת ופונקציה מעריכית עם מכנה: מקסימום ושטח

הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 3$.

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת $(a, 0)$. a הוא קבוע.



א. הביעו באמצעות a את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון גם כי: $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-3}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשמו את הערך של a .

ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math