

שאלה 1 · סדרה חשבונית והנדסית: חיסכון שעובר יעד ותשלומים במנה לא ידועה

גיל הפקיד בכל חודש כסף לחיסכון. הפיקדון בכל חודש גדול בסכום קבוע מהפיקדון בחודש שלפניו. הפיקדון בחודש השישי גדול פי 2 מהפיקדון בחודש השני, וסכום הפיקדונות בשלושת החודשים הראשונים הוא 2,700 שקלים.

א. מצאו את הפיקדון בחודש הראשון ואת ההפרש בין שני פיקדונות סמוכים.

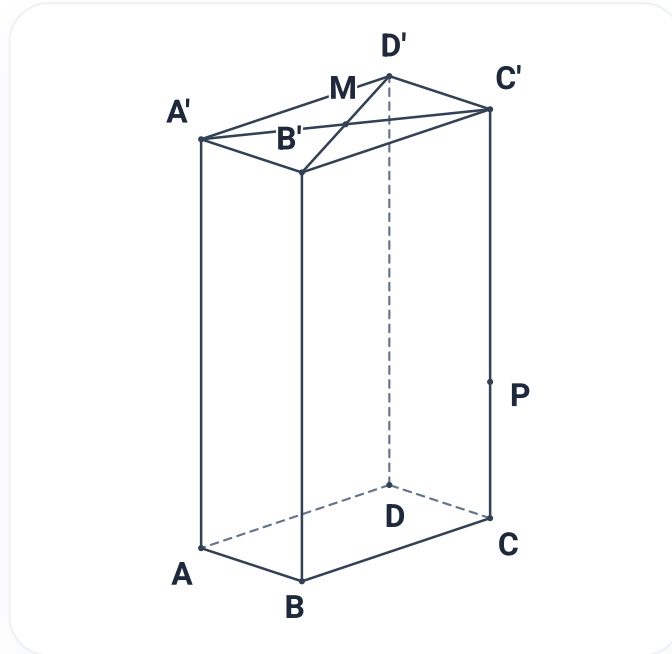
ב. בסוף איזה חודש עבר סכום הפיקדונות של גיל לראשונה את 40,000 שקלים?

את הפיקדון של החודש ה-12 ייעד גיל לקניית מחשב שמחירו שווה לפיקדון זה. גיל שילם בעבור המחשב בשלושה תשלומים. כל תשלום גדול פי q מן התשלום שלפניו (q קבוע). התשלום הראשון היה 450 שקלים.

ג. מצאו את q .

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: ניצבות, שטח משולש וזווית בהצגה אלגברית

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$. הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $A'B'C'D'$. נקודה P נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = 6$, $|\underline{v}| = 8$, $|\underline{w}| = 15$.

ב(1). הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{AP}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{MP}$.

ב(2). חשבו את שטח המשולש APM .

נתון: $D(0,0,0)$, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x , הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ג(1). מצאו את שיעורי הקודקודים C , B , C' .

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו את גודל הזווית PMB .

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: צבי ים - ירידה, שיקום והשוואה

בתחילת שנת 2005 היו באזור חוף A 84,000 צבי ים, ומספרם קטן ב-6% בכל שנה. באותה עת היו באזור חוף B 76,700 צבי ים, ומספרם קטן בכל שנה באחוז קבוע. בתחילת שנת 2015 מספר הצבים באזור חוף B היה גדול ב-25% ממספרם באזור חוף A.

- א. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצבים באזור חוף B בכל שנה.
- ב. בתחילת איזו שנה היה לראשונה מספר הצבים באזור חוף A קטן ממחצית מספרם בתחילת שנת 2005?
- בתחילת השנה שמצאתם בסעיף ב הופעלה באזור חוף A תוכנית הגנה, ומאז גדל מספר הצבים בו באחוז קבוע בכל שנה. בתחילת שנת 2027 היה מספר הצבים באזור חוף A שווה למספרם בתחילת שנת 2005.
- ג. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר הצבים באזור חוף A בכל שנה מאז הפעלת תוכנית ההגנה.
- מספר הצבים באזור חוף B המשיך לקטון באותו אחוז שנתי גם אחרי הפעלת תוכנית ההגנה.
- ד. בתחילת איזו שנה לאחר הפעלת תוכנית ההגנה היה לראשונה מספר הצבים באזור חוף A גדול ממספרם באזור חוף B?

שאלה 4 · חקירת מנה מעריכית עם פרמטר והזזה אנכית

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{(ax-2)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

א(3). הסבירו מדוע הפונקציה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $(-1, \frac{1}{e^5})$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 3$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

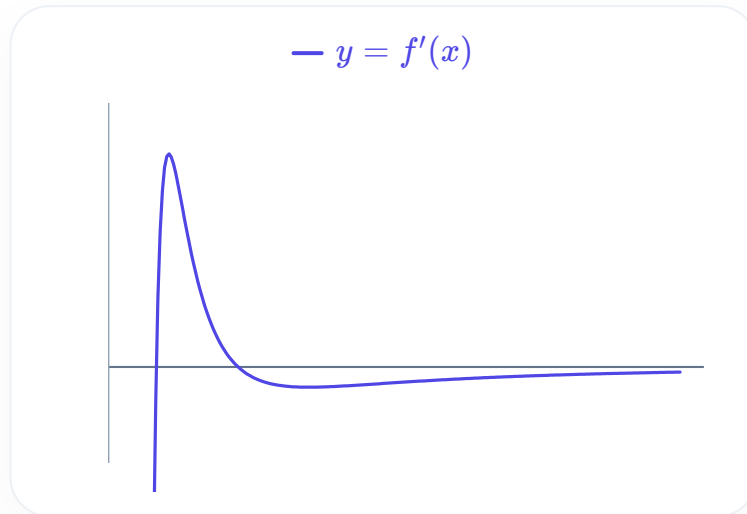
ג(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + k$, k הוא פרמטר. נתון כי לישר $y = -2$ ולגרף הפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k .

שאלה 5 · חקירה עם פרמטר של פונקציה עם $(\ln x)^2$: מספר פתרונות

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a(\ln x)^2}{x^2}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר חיובי. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. כל נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר ה- x של גרף הנגזרת מופיעות בסרטוט.



לפניכם שני היגדים ו-1.

א. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון, על פי הסרטוט בלבד. נמקו את קביעותיכם.

1. לפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון.

2. הפונקציה $f(x)$ יורדת בכל התחום שמימין לנקודת המקסימום של $f'(x)$.

ב. מצאו באמצעות a את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. קבעו, לפי ערכי m , כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = m$. (התשובה תלויה ב- m וב- a).

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 4)$.

ד. מצאו את הערך של a שעבורו למשוואה $g(x) = 1$ יש בדיוק שני פתרונות. עבור ערך זה, מצאו את אחד הפתרונות במדויק.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math