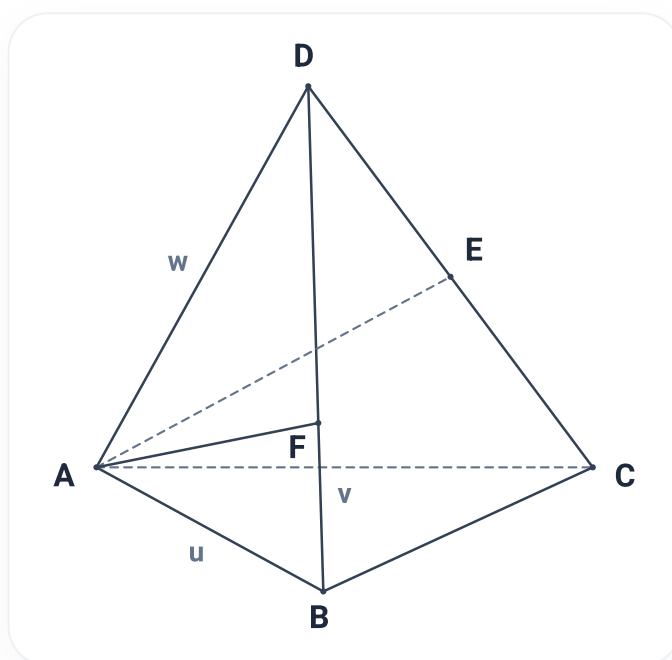


שאלה 1 · וקטורים בפירמידה משולשת: מכפלות סקלריות וניצבות למישור

בפירמידה המשולשת $ABCD$ הפאות ABD ו- ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט). הנקודה E היא אמצע המקצוע CD . הנקודה F נמצאת על המקצוע BD ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{w}$. נתון: $\angle BAC = 45^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניהם: $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ב(1). הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CD}$ ו- $\overrightarrow{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ (אם יש צורך).

ב(2). הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ ו- $\overrightarrow{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ (אם יש צורך).

ג. לפניהם שלוש טענות (1)-(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות. נמקו את כל תשובותיכם.

(1) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AE}$.

(2) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AF}$.

(3) $\overrightarrow{CD}$ מאונך למישור EAF .

שאלה 2 · חקירת מנה של x^2 ב- e^x , שיקוף ומתיחה ושטח בין הגרפים

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -2f(x)$ לכל x .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.

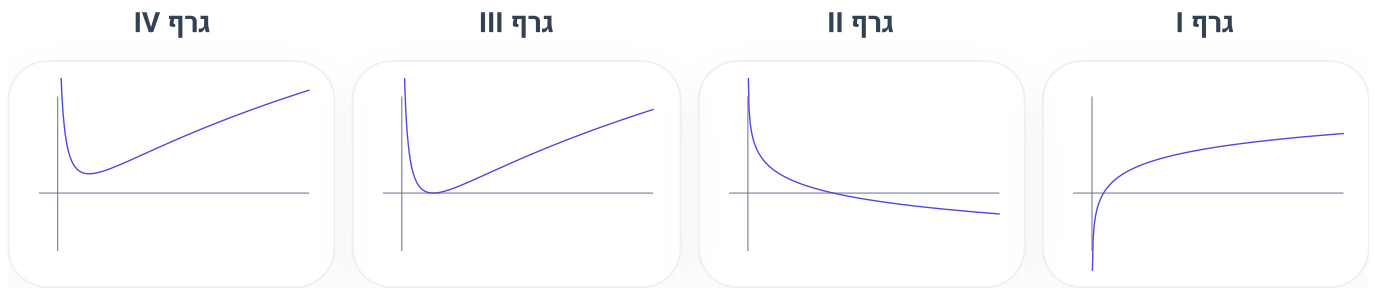
ז. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$.

ח. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 3$. נמקו את תשובתכם.

שאלה 3 · חקירת $a + (\ln x)^2$ ו- $1 + \ln x$: זיהוי גרפים, פרמטר מנקודת חיתוך ואי-שוויון

נתונה הפונקציה: $f(x) = a + (\ln x)^2$. $a > 0$ הוא פרמטר.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a , אם יש צורך).

נתונה הפונקציה: $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות. שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.

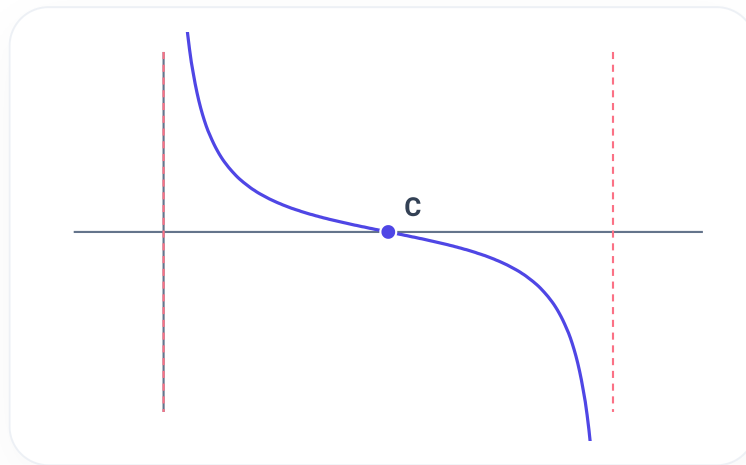
ה(1). מצאו את a .

ה(2). מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ה(3). בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?

שאלה 4 · גרף הנגזרת ו- $\ln(4x - x^2)$: קיצון, חיתוכים, סקיצה וסימן של $f \cdot f'$

$f(x)$ היא פונקציה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם. הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד, שבה $x = c$. הוא פרמטר.



א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ על פי הגרף. נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = \ln(4x - x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math