

שאלה 1 · סדרה חשבונית: נוסעים בקרונות של רכבת

לרכבת מסוימת יש 11 קרונות. ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון. ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכול.

א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.

ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.

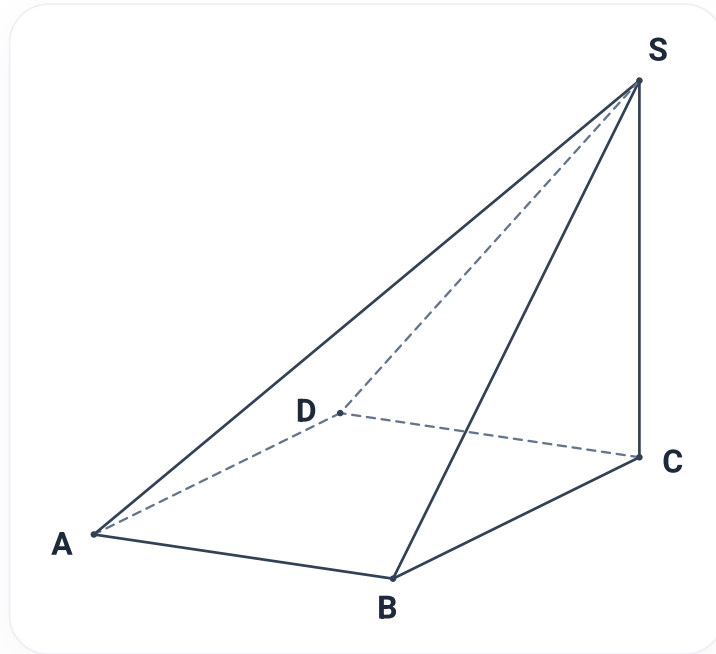
ג. מצאו כמה נוסעים סך הכול היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).

ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א', ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת. ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב-3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.

ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: מכפלות סקלריות, גובה ונפח

בסרטוט שלפניכם פירמידה $SABCD$. הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\overrightarrow{SD}$.

נתון: $\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{w} \cdot \underline{v}$.

נתון: $|\overrightarrow{SC}| = \sqrt{17}$, $\underline{w} \cdot \underline{u} = \underline{w} \cdot \underline{v}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד(1). הוכיחו כי SC מאונך ל- BC ול- DC .

ד(2). מצאו את נפח הפירמידה $SABCD$.

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: ערכי שתי דירות

נתונות שתי דירות - דירה א' ודירה ב'. בתחילת שנת 2014 היה הערך של דירה א' 980,000 שקלים והערך של דירה ב' היה 620,000 שקלים. הערך של דירה א' גדל בכל שנה ב-7%, והערך של דירה ב' גדל בכל שנה פי q . כעבור מספר מסוים של שנים היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

א. לפניכם שלוש טענות: א. $q < 1.07$; ב. $q = 1.07$; ג. $q > 1.07$. קבעו מהי הטענה הנכונה. נמקו את קביעתכם.

נתון כי בתחילת שנת 2024 היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

ב(1). מצאו מה היה הערך של דירה א' בתחילת שנה זו.

ב(2). מצאו בכמה אחוזים גדל הערך של דירה ב' בכל שנה.

על פי הצפי, מתחילת שנת 2024 ואילך הערך של דירה ב' עתיד לרדת בכל שנה באחוז שקטן פי 1.5 מן האחוז שמצאתם בתת-סעיף ב(2).

ג. על פי צפי זה, בתחילת איזו שנה עתיד לרדת לראשונה הערך של דירה ב' בהשוואה לערך שהיה לה בתחילת שנת 2014?

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית שהיא מנה, ושיקוף והזזה של הגרף

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 3}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x) + 15$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

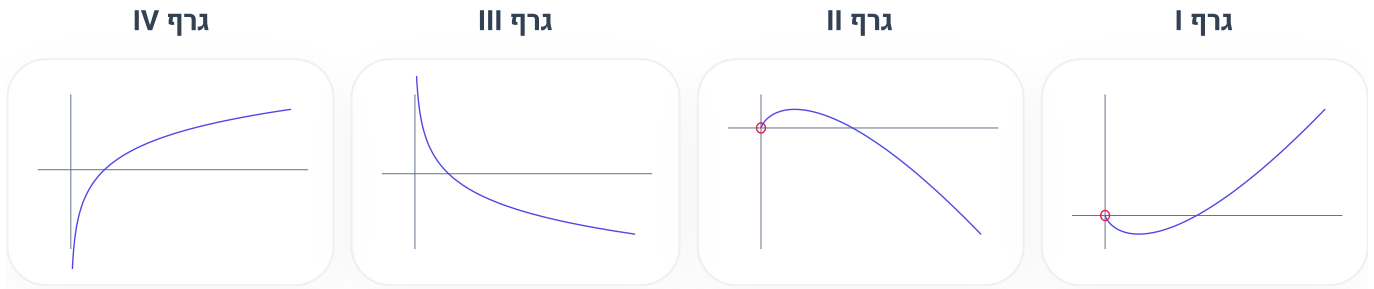
ו(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ו(2). כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x? נמקו.

שאלה 5 · חקירת מכפלה של x ו- $\ln$: פרמטר משיפוע, זיהוי גרפים ושטח מתחת לנגזרת

נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$, a הוא פרמטר.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{e}{2}$ הוא 6.

ב. מצאו את a .

הציבו $a = 3$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה- x .

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math