

## שאלה 1 · סדרות חשבוניות: איברים במקומות אי-זוגיים וסדרת סכומים

נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם:  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ובה 25 איברים. נתון:  $a_{13} = 20$ , הפרש הסדרה הוא 6.

א. מצאו את  $a_1$ .

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם:  $b_1, b_2, b_3, \dots$  וגם בה 25 איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא 2. נסמן את הפרש הסדרה B ב- $d$ . מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:

$$a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$$

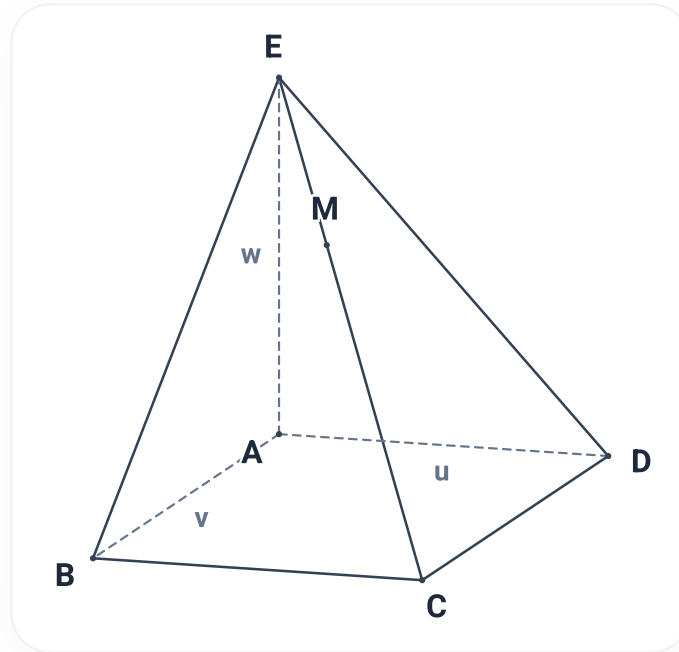
ג(1). מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

ג(2). הביעו באמצעות  $d$  את הפרש הסדרה החדשה.

ג(3). נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,250. מצאו את  $d$ .

## שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: הוכחת ניצבות, שיעורי נקודות ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה  $ABCDE$  שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע. הנקודה  $M$  נמצאת על המקצוע  $EC$  כך שמתקיים  $\overrightarrow{CM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$ . מאונך לבסיס הפירמידה. נסמן:  $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$ . נתון:  $|\underline{w}| = |\underline{u}|$ .



א(1). הביעו את הווקטורים  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{CE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

א(2). הוכיחו כי  $\overrightarrow{AM}$  מאונך ל- $\overrightarrow{CE}$ .

נתון: האורך של צלע הריבוע  $ABCD$  הוא 6,  $A(0,0,0)$ . הקודקוד  $B$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $x$ . הקודקוד  $D$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $y$ . הקודקוד  $E$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ .

ב(1). מצאו את שיעורי הקודקודים  $E$  ו- $C$ .

ב(2). מצאו את שיעורי הנקודה  $M$ .

ג. חשבו את שטח המשולש  $AMC$ .

### שאלה 3 · דעיכה ואחריה גדילה: כמות הדבש בכוורת

מתחילת שנת 2018, כמות הדבש בכוורת דבורים מסוימת קטנה בכל חודש באחוז קבוע. לאחר 8 חודשים כמות הדבש בכוורת הייתה 45% מכמות הדבש בתחילת שנת 2018.

א. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכל חודש.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכוורת כעבור 10 חודשים מתחילת שנת 2018.

ג. מצאו כעבור כמה חודשים מתחילת שנת 2018 קטנה כמות הדבש ב-33% בהשוואה לתחילת השנה.

מתחילת שנת 2019 והלאה כמות הדבש בכוורת גדלה בכל חודש באחוז קבוע. בתחילת שנת 2019 הייתה בכוורת כמות של  $k$  ק"ג דבש. הפונקציה  $f(t) = k \cdot (1.05)^t$  מתארת את כמות הדבש בכוורת (בק"ג) כפונקציה של הזמן (בחודשים). בתחילת שנת 2018 הייתה בכוורת כמות של 600 ק"ג דבש.

ד. מצאו את כמות הדבש שהייתה בכוורת בתחילת שנת 2021.

### שאלה 4 · חקירת מנה מעריכית עם פרמטר והזזה אנכית

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

א(3). הסבירו מדוע הפונקציה  $f(x)$  חיובית, בעבור כל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה  $(-1, \frac{1}{e^3})$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $a = 2$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ג-ד.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

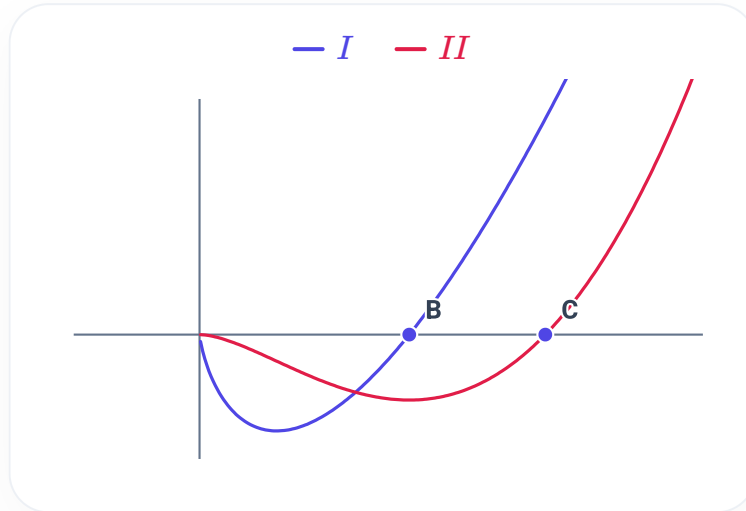
ג(2). סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + k$ ,  $k$  הוא פרמטר. נתון כי לישר  $y = -4e$  ולגרף הפונקציה  $g(x)$  יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של  $k$ .

## שאלה 5 · גרף פונקציה וגרף נגזרתה: זיהוי, קיצון ושטח מתחת לגרף הנגזרת

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה  $f(x)$ , והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .



א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את קביעתכם.

נתון:  $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$ .

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- $x$ , והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- $x$ .

ג. מצאו את אורך הקטע BC.

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$ .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח שברביע הראשון).

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: [www.guyai.co.il/bagrut/math](http://www.guyai.co.il/bagrut/math)