

שאלה 1 · סדרה חשבונית וסדרה הנדסית אין-סופית: סכום האיברים במקומות הזוגיים

נתונה סדרה חשבונית A, ובה 46 איברים: $a_1, a_2, a_3, \dots$. נתון: $a_2 + a_4 = a_6$. האיבר האחרון בסדרה A הוא 138.

א. מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1 .

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \dots$. נתון: $b_1 = a_6$, $3 \cdot b_3 = a_8$.

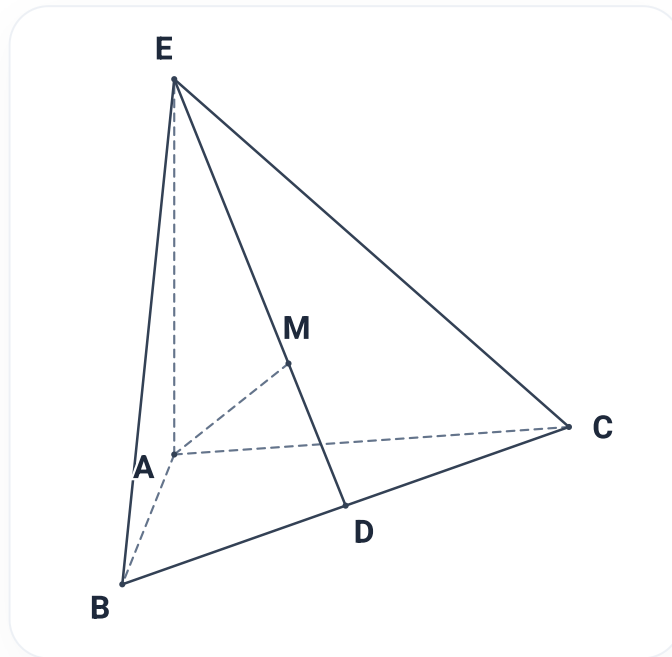
ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.

ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: ניצבות של וקטור למישור ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCE$. הנקודה D היא אמצע המקצוע BC . הנקודה M נמצאת על ED כך ש- $\overrightarrow{EM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{ED}$. המקצוע AE הוא גובה בפירמידה. נתון: $\angle BAC = 90^\circ$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{ED}$ ו- $\overrightarrow{AM}$.

נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 12$.

ב(1). הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$.

ב(2). הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך למישור BEC.

נתון: $A(0, 0, 0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y, והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג(1). מה הם שיעורי הנקודות B, C ו-E?

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודות D ו-M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: שתי משתלות, שלב שתילה ושלב מכירה

בשתי משתלות - משתלה א' ומשתלה ב' - החלו לשתול צמחים באותו היום. ביום זה שתלו במשתלה א' 600 צמחים, ובמשתלה ב' שתלו a צמחים. מספר הצמחים במשתלה א' גדל ב-5% בכל שבוע, ומספר הצמחים במשתלה ב' גדל ב-10% בכל שבוע. כעבור זמן מסוים מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

א. לפניכם שתי טענות, I-II. קבעו איזו טענה נכונה. נמקו את קביעתכם.

I. $a < 600$

II. $a > 600$

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה ב' גדול פי 2 ממספר הצמחים במשתלה א'.

ב. מצאו את הערך של a .

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה, בשתי המשתלות הפסיקו את השתילה והחלו למכור את הצמחים. מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע באחוז קבוע. כעבור 5 שבועות מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה ב' 53% ממספר הצמחים בתחילת המכירה.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה א' בכל שבוע ב-8%.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

שאלה 4 · פונקציית מנה עם e^{2x} : פרמטר מאסימפוטטה, חקירה ומספר אפסים

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$, a הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפוטטה אנכית שמשוואתה היא $x = 2$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ד.

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב(3). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $h(x) = -f(x) + e^9$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה-x? נמקו את תשובתכם.

שאלה 5 · פונקציה עם $(\ln x)^2$: זיהוי גרף הנגזרת, חקירה ושטח מתחת לגרף הנגזרת

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x > 0$. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ונקודת מקסימום אחת בלבד. נתון כי נקודת המינימום נמצאת מימין לנקודת המקסימום.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

נתון כי: $f(x) = 4x \cdot (\ln x)^2$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. קבעו איזה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

כל הבגריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math