

שאלה 1 · סדרות חשבוניות והנדסית: גלית שוקולד וגלית וניל

לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות גלידה להכין גלית שוקולד. בכל יום הכינו בחנות 3 ק"ג גלית שוקולד יותר מביום שלפניו. הכמות סך הכול של גלית השוקולד שהכינו בחנות ביום הראשון וביום הרביעי הייתה 149 ק"ג.

א. מצאו כמה קילוגרמים של גלית שוקולד הכינו בחנות ביום הראשון.

תהליך הכנת גלית השוקולד נמשך 16 ימים סך הכול.

ב. מצאו כמה קילוגרמים סך הכול של גלית שוקולד הכינו בחנות.

לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות להכין גם גלית וניל. בכל יום הכינו בחנות d ק"ג גלית וניל יותר מביום שלפניו. תהליך הכנת גלית הווניל נמשך 16 ימים סך הכול. ביום האחרון הכינו בחנות 115 ק"ג של גלית וניל. הכמות סך הכול של גלית הווניל שהכינו בחנות הייתה קטנה ב-480 ק"ג מן הכמות סך הכול של גלית השוקולד שהכינו בה.

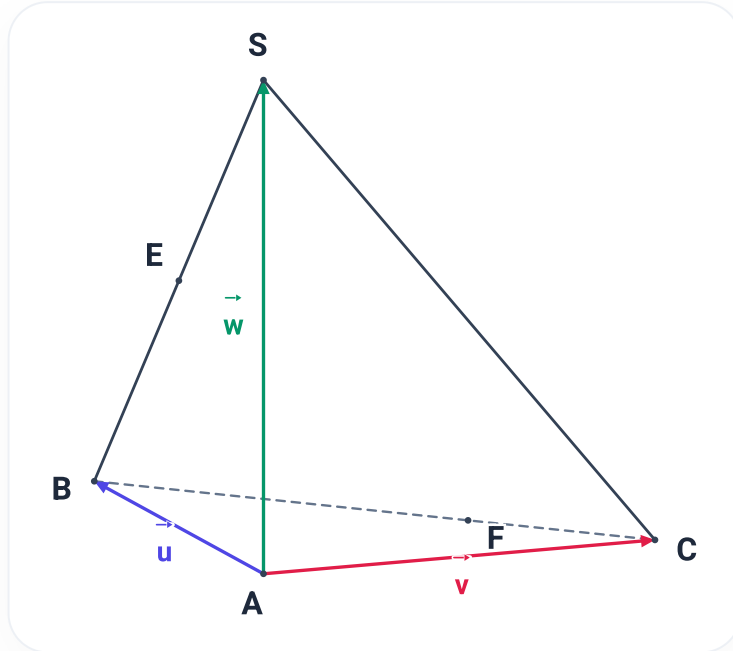
ג. מצאו את הערך של d .

לאחר שהסתיים תהליך הכנת גלית השוקולד וגלית הווניל, החלו למכור את שני סוגי הגלידה. המכירה נמשכה 5 ימים, ובמהלכה נמכרה כל הגלידה שהכינו בחנות. כמות הגלידה שנמכרה בכל יום הייתה גדולה פי 2 מן הכמות שנמכרה ביום שלפניו.

ד. מצאו כמה קילוגרמים של גלידה נמכרו ביום הראשון.

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה: ניצבות ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC . הנקודה E היא אמצע המקצוע BS . הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים האלה: $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{BC}$.

נתון: $\angle BAC = 120^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 6$, $|\underline{w}| = 8$.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג(1). מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

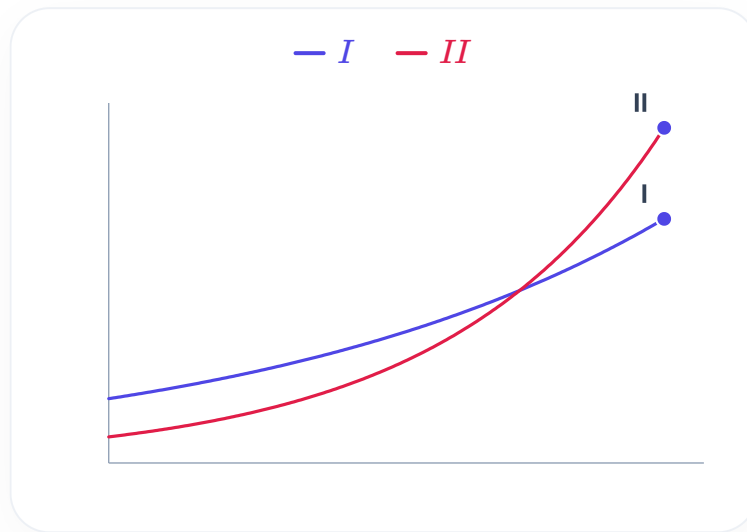
ג(2). הוכיחו כי $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AF}$.

ד(1). מצאו את הערך של $|\overrightarrow{AF}|$.

ד(2). חשבו את שטח המשולש EAF .

שאלה 3 · גדילה: משתמשים בשני כלי בינה מלאכותית

בתחילת שנת 2025 בדקו חוקרים את מספר האנשים שמשתמשים בשני כלים של בינה מלאכותית, כלי A וכלי B. על פי הצפי של החוקרים, מספר המשתמשים בכלי A יעלה ב-10% בכל שנה. נתון כי בתחילת שנת 2025 מספר המשתמשים בכלי A היה 50 מיליון.



- א. מצאו מה צפוי להיות מספר המשתמשים בכלי A בתחילת שנת 2030.
- ב. על פי הצפי של החוקרים, מספר המשתמשים בכלי B יעלה באחוז קבוע בכל שנה. מספר המשתמשים בכלי B בתחילת שנת 2031 צפוי להיות גדול פי 3 ממספר המשתמשים בכלי זה בתחילת שנת 2025. מצאו בכמה אחוזים צפוי לגדול מספר המשתמשים בכלי B בכל שנה.
- ג. לפניכם שני גרפים I-II המתארים את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלים A ו-B מתחילת שנת 2025 והלאה. איזה מן הגרפים I-II מתאר את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלי B? נמקו את תשובתכם.
- ד. על פי הצפי של החוקרים, בתחילת שנת 2030 יהיה מספר המשתמשים בכלי A גדול ב-30 מיליון ממספר המשתמשים בכלי B. מצאו את מספר המשתמשים בכלי B בתחילת שנת 2025.
- ה. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2025 מספר המשתמשים בכלי A צפוי להיות שווה למספר המשתמשים בכלי B.

שאלה 4 · חקירת מכפלה של פונקציה קווית ומעריכית, ושטח מתחת לגרף

נתונה הפונקציה $f(x) = (a - 4x) \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר. נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא $\frac{16}{e}$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 10$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 4 \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x .

ד. הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

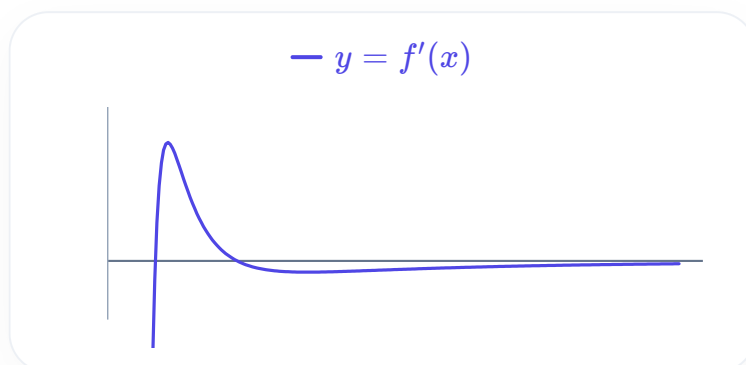
ה. מצאו את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x .

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

שאלה 5 · חקירת פונקציה עם $(\ln x)^2$ וגרף הנגזרת

נתונה הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ המוגדרות בתחום $x > 0$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. כל נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר ה- x של גרף הנגזרת $f'(x)$ מופיעות בסרטוט.



לפניכם שני היגדים I-II.

א. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. לפונקציה $f'(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות קיצון.

II. שיעור ה- x של נקודת המינימום של $f(x)$ גדול משיעור ה- x של נקודת המקסימום שלה.

נתון כי $f(x) = \frac{14(\ln x)^2}{x^2}$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב(3). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 4)$.

ד(1). מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

ד(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

כל הברריות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math