

שאלה 1 · סדרה הנדסית וחשבונית: איסוף בקבוקים למחזור

תלמידי כיתה י"ב ותלמידי כיתה י"ב2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום. כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למחזור תמורת כסף. תלמידי כיתה י"ב אספו בקבוקים במשך 5 שבועות. מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו. מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.

א. מצאו את הערך של q .

מספר הבקבוקים סך הכול שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425.

ב. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון.

תלמידי כיתה י"ב2 אספו בקבוקים במשך 18 שבועות. בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו. בשבוע השני אספו תלמידי כיתה י"ב2 230 בקבוקים. תלמידי כיתה י"ב2 אספו 6,300 בקבוקים סך הכול.

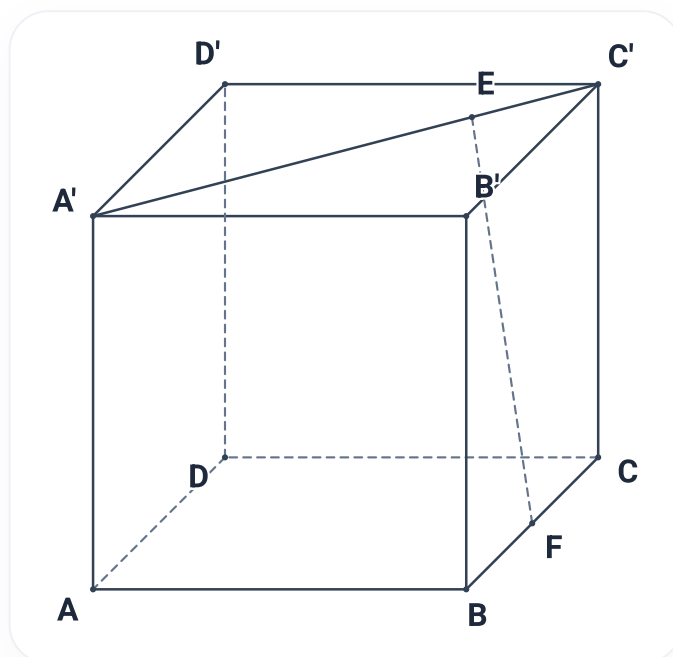
ג. מצאו את הערך של d .

בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים למחזור, הם קיבלו 0.3 שקלים. העלות של מסיבת הסיום היא 3,400 שקלים.

ד. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה? נמקו את תשובתכם.

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: ניצבות לאלכסון ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה F היא אמצע המקצוע BC . הנקודה E נמצאת על האלכסון $A'C'$, כך שמתקיים $A'E = \frac{3}{4}A'C'$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $AA' = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $A'E$ ו- $\overrightarrow{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 4.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $A'E$.

נתון: $|A'E| = |\overrightarrow{FE}|$.

ג. הראו כי התיבה היא קובייה.

ד(1). הראו כי $\overrightarrow{FE}$ מאונך ל- $A'C'$.

ד(2). חשבו את שטח המשולש $A'FC'$.

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: פינגווינים בשני אזורים

- באזור A חיים פינגווינים. מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.
- א. האם ההפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2000 ובין מספרם בתחילת שנת 2001 שווה להפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2001 ובין מספרם בתחילת שנת 2002? נמקו את תשובתכם.
- בתחילת שנת 2000 היו 253,000 פינגווינים באזור A. מספר הפינגווינים באזור זה קטן ב-5% בכל שנה. גם באזור B חיים פינגווינים. מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע. בתחילת שנת 2000 היו 313,000 פינגווינים באזור B. בתחילת שנת 2010 מספר הפינגווינים באזור A היה שווה למספר הפינגווינים באזור B.
- ב. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הפינגווינים באזור B בכל שנה.
- ג. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור B היה 98,000.
- מתחילת שנת 2018, בעקבות שיקום אזור A, גדל מספר הפינגווינים באזור זה ב-2% בכל שנה.
- ד. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2018 גדל מספר הפינגווינים באזור A ב-17% ממספרם בתחילת שנת 2018.

שאלה 4 · חקירת מכפלת פולינום ב-e בחזקת x, פרמטר מקיצון וגרף הערך המוחלט

נתונה הפונקציה $f(x) = (3x^2 - a) \cdot e^x$, המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.

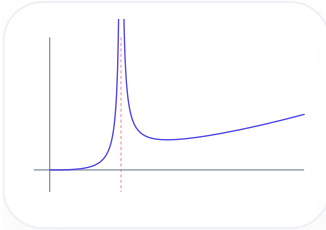


- א. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 9$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים בה.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .
- ה(1). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.
- ה(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

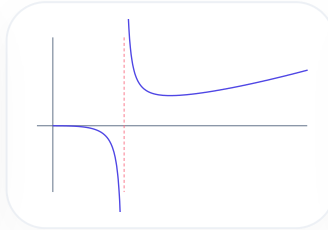
שאלה 5 · חקירת מנה עם $\ln$ במכנה, גרף הנגזרת ושטח

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{-6+4\ln(x)}$.

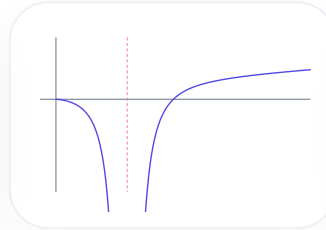
גרף IV



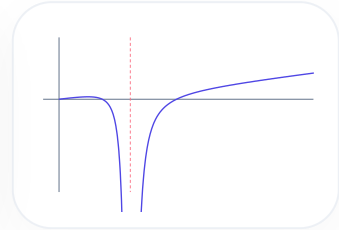
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד(1). קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ד(2). חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e^3$.

כל הברויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math