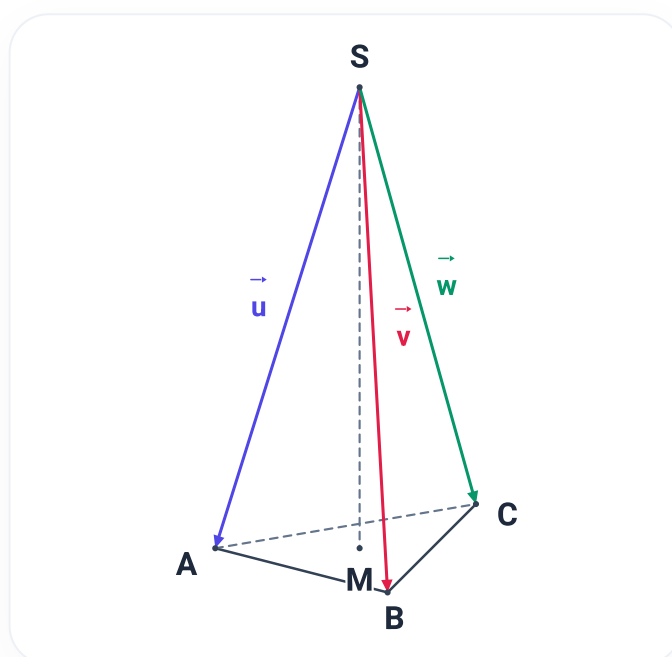


שאלה 1 · וקטורים בפירמידה משולשת ישרה: מכפלות סקלריות, ניצבות למישור ונפח

נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט). אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3. נתון: $\angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 30^\circ$. נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$. הנקודה M נמצאת במישור ABC . ידוע כי $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות: $\underline{u} \cdot \underline{u}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

ב(1). הביעו את הווקטורים $\vec{AB}$ ו- $\vec{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב(2). חשבו את אורכי הווקטורים $\vec{AB}$ ו- $\vec{AC}$.

ב(3). מצאו את גודל הזווית BAC .

ג. הראו כי $\vec{SM}$ מאונך למישור ABC .

נסמן: $|\vec{SM}| = m$.

ד. הביעו את נפח הפירמידה $SABC$ באמצעות m .

שאלה 2 · גדילה ודעיכה: התפשטות נגיף ומתן חיסון

בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים. מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע. כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף, וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף. ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף. מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע. אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.

א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב, פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?

ב. מצאו את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.

ג(1). כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף?

ג(2). אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת, וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה, מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאתם בתת-סעיף ג(1)?

שאלה 3 · חקירת פונקציה מעריכית עם פרמטר: חיתוכים, קיצון ושטחים

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מצאו את c .

הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x . נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$ ועל ידי ציר ה- x . נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבעו אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעותיכם.

שאלה 4 · חקירת פונקציה לוגריתמית: $\ln(x+1)/(x+1)$

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצאו את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math