

שאלה 1 · סדרה חשבונית והנדסית: ייצור ומכירה של מחשבים

במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים. בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 900 מחשבים. הייצור נמשך 50 שבועות. בתקופה זו ייצרו 167,500 מחשבים סך הכול.

א. בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו?

בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים. כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי q מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו. בחודש ה-4 נמכרו 160 מחשבים, ובחודש ה-7 נמכרו 1,280 מחשבים.

ב. כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?

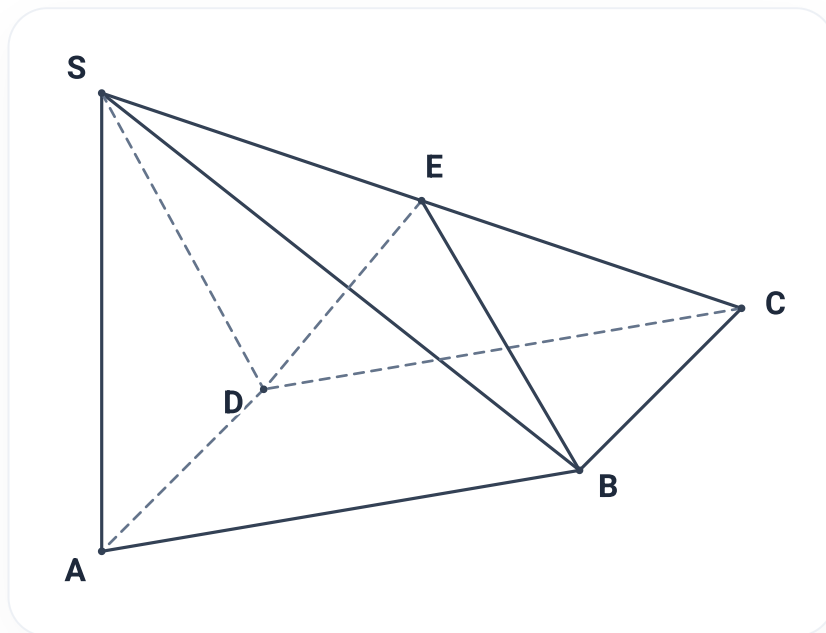
החודש ה-7 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?

ד. כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?

שאלה 2 · וקטורים בפירמידה שבסיסה מעוין: ניצבות ונפח

בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מעוין. הנקודה E היא אמצע המקצוע SC . מאונך לבסיס הפירמידה. נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו- $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}|$, $\angle BAD = 60^\circ$.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$.

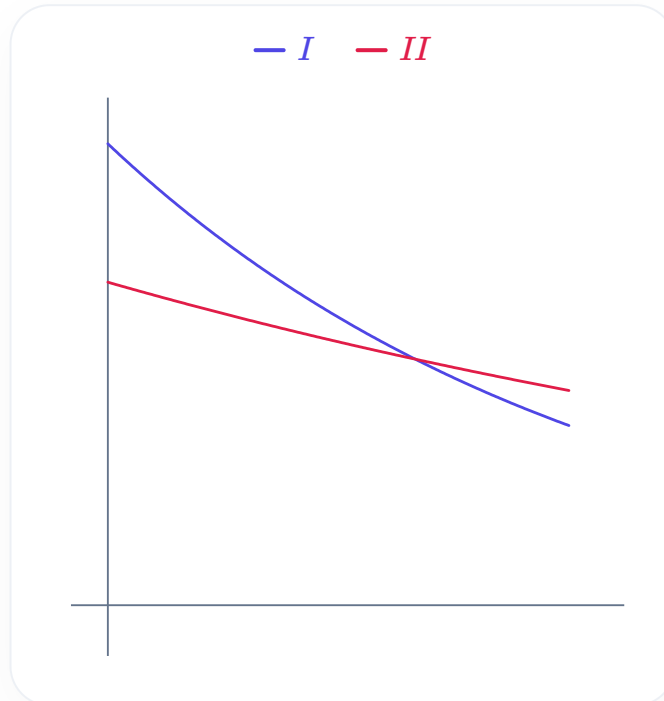
נתון: $A(0,0,0)$, $B(2\sqrt{3}, 2, 0)$. הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y . שיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג(1). מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S .

ג(2). חשבו את נפח הפירמידה $SABCD$.

שאלה 3 · דעיכה מעריכית: הפשרת שני קרחונים וגידול מספר כלבי הים

בים הצפוני יש שני קרחונים A ו-B. במשך השנים הקרחונים מפשירים ומאבדים ממשקלם. חוקרת מדדה את המשקל של כל אחד מן הקרחונים בכל קיץ במשך 10 שנים. לפניכם סרטוט המתאר את המשקל של כל קרחון (באלפי טונות) לפי שנים (ציר אופקי: הזמן בשנים; ציר אנכי: משקל הקרחון באלפי טונות).



א.

מבין הגרפים I, II, קבעו איזה גרף מתאים לקרחון שקצב הפשרתו מהיר יותר. נמקו את קביעתכם.

הפונקציה $f(t) = 7 \cdot (0.96)^t$ מתארת את המשקל של קרחון A בכל שנה. הפונקציה $g(t) = 10 \cdot (0.91)^t$ מתארת את המשקל של קרחון B בכל שנה.

ב.

קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

ג.

המשקל של איזה משני הקרחונים היה גדול יותר לאחר 7 שנים מתחילת המדידות?

ד.

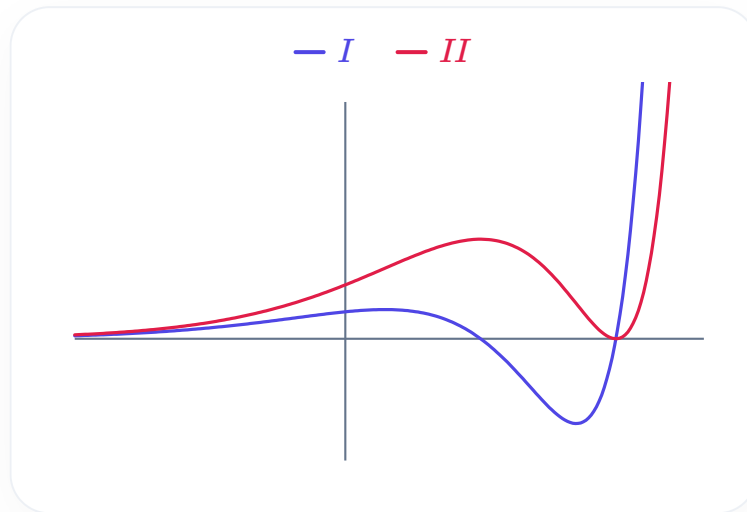
מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות היה המשקל של קרחון A שווה למשקל של קרחון B.

ה.

החוקרת בדקה גם את מספר כלבי הים באזור זה. היא גילתה שמספר כלבי הים באזור זה גדל בכל שנה באחוז קבוע. לאחר 10 שנים מתחילת המדידות היה מספר כלבי הים גדול פי 1.5 ממספרם בתחילת המדידות. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר כלבי הים בכל שנה.

שאלה 4 · פונקציה מעריכית וגרף הנגזרת: קיצון ושטחים

בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו-II. אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקציה $f(x)$, והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = (x - 4)^2 \cdot e^{x-3}$.

ב(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב(3). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

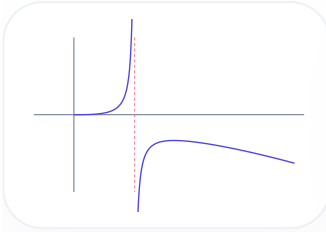
נתונה הפונקציה $g(x) = -f'(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

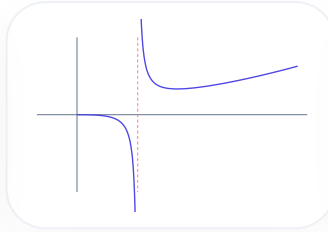
שאלה 5 · חקירת פונקציית מנה עם ח: אסימפטוטה, קיצון וזיהוי גרף

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2}{2\ln(x)+1}$.

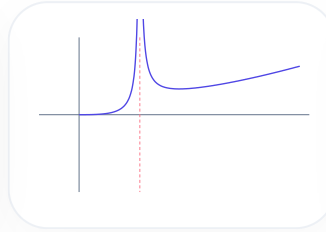
גרף IV



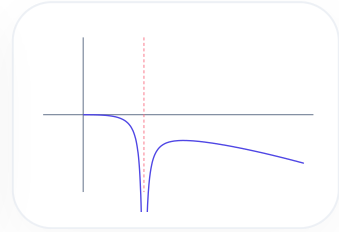
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

א(3). מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y = t$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר $y = t - 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? אם כן - מצאו בכמה נקודות הוא חותך. אם לא - נמקו.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math