

שאלה 1 · סדרה הנדסית וסדרה חשבונית: יחס בין איברים וסכומים

נתונה סדרה הנדסית A שמנת שלה היא q , ובה 10 איברים. האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.

א. מצאו את שני הערכים של q .

נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.

ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.

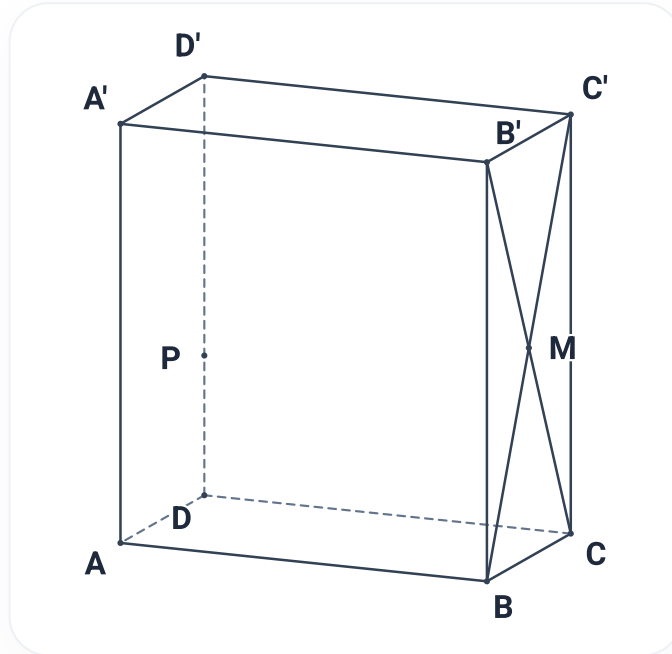
ג. מצאו את סכום הסדרה B.

בסדרה B יש 32 איברים. נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן ההפרש שלה.

ד. מצאו את הפרש הסדרה B.

שאלה 2 · וקטורים בתיבה: ניצבות, שטח משולש וזווית בהצגה אלגברית

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A' B' C' D'$. הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC' B'$. נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DD'}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 24$, $|\underline{v}| = 8$.

ב(1). הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{AP}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{MP}$.

ב(2). חשבו את שטח המשולש APM .

נתון: $D(0,0,0)$, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x , הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ג(1). מצאו את שיעורי הקודקודים C' , B , C .

ג(2). מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו את גודל הזווית PMB .

שאלה 3 · דעיכה של שני גופים מתנפחים: גלגל ים ומזרן ים

אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים. ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק. עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום (כל אחד מהם באחוז אחר). כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.

א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות I-II אם היא נכונה או לא נכונה. I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן. II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.

נתון כי נפח הגלגל קטן ב-4% בכל יום.

ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.

כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל.

ג. מצאו את הערך של t .

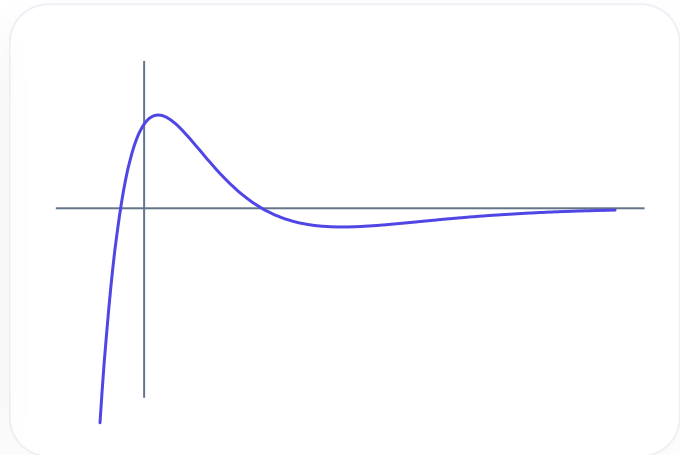
לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן. במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב-22%. בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.

ד. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

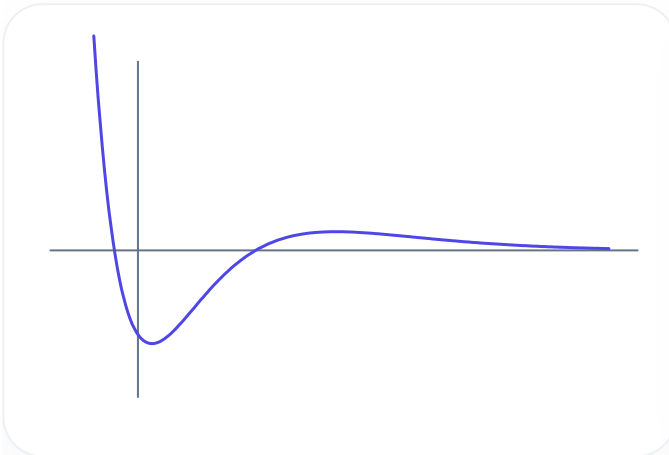
שאלה 4 · פונקציה מעריכית: גרף הנגזרת, חקירה, חיתוך עם פונקציה נוספת ושטח

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה- x שלה חיובי. לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף I



גרף II



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{-2x+1}$.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ב(2). מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 7 \cdot e^{-2x+1}$ המוגדרת לכל x .

ד(1). הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

ד(2). מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

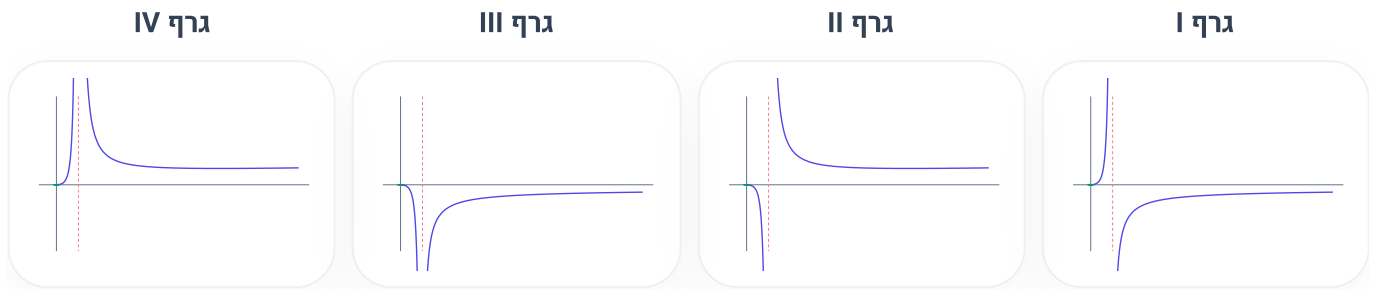
דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה- x .

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי האנכים.

שאלה 5 · חקירת פונקציה עם $\ln$ במכנה, זיהוי גרף ופונקציה שנגזרתה $f(x)$

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$.

בסוף השאלה מופיעים ארבעה גרפים I-IV:



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

א(3). האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

ב(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב(2). מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר.

ד(1). מצאו בעבור $c = 5$ כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

ד(2). רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקציה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון. נמקו את תשובתכם.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math