

שאלה 1 · סדרה הנדסית וחשבונית: יריד ספרים ותרומה

יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים. כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו. ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 490 ספרים סך הכול.

א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.

כל ספר ביריד נמכר ב-45 שקלים.

ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.

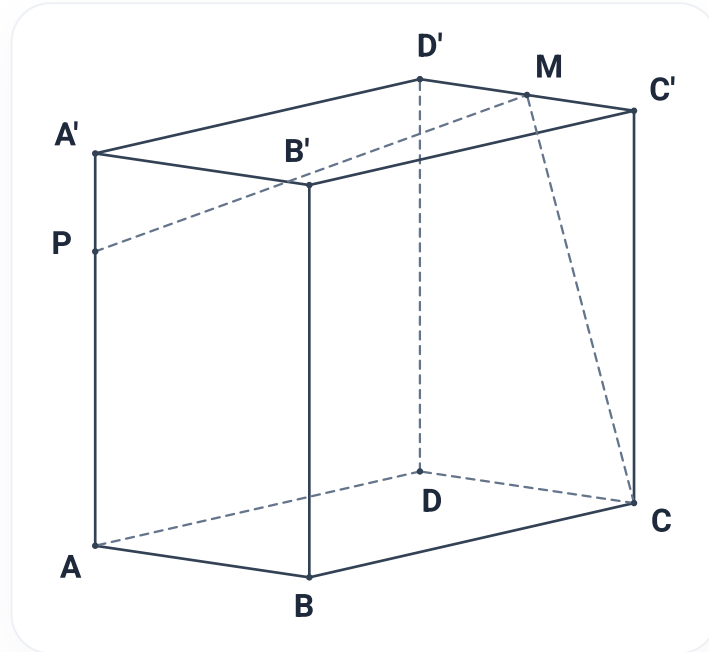
לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד. מנהל היריד פרס את התרומה לכמה חודשים. בחודש הראשון הוא תרם 3,144 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 243 שקלים יותר מבחודש שלפניו.

ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.

ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרם מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.

שאלה 2 · וקטורים במנסרה ישרה: הוכחת ניצבות ושטח משולש

בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית. הנקודה M היא אמצע המקצוע $C'D'$, והנקודה P מקיימת $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AA'}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $AA' = \underline{w}$. היא אמצע



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{CM}$ ו- $\overrightarrow{PM}$.

נתון: $|\underline{u}| = 4$, $|\underline{v}| = 5$, $\angle DAB = 60^\circ$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה: $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

נתון: נפח המנסרה הוא $60\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. הוכיחו כי $\overrightarrow{PM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CM}$.

ה(1). הראו כי $|\overrightarrow{PM}| = \sqrt{41.25}$.

ה(2). חשבו את שטח המשולש PMC .

שאלה 3 · גדילה ודעיכה: שתי ריביות מתקררות

יעל הכינה שתי ריביות - ריבת תות וריבת שזיפים. היא מדדה את הטמפרטורה ההתחלתית של כל אחת מן הריביות באותו הזמן, ואז הכניסה אותן מייד למקרר. הטמפרטורה של הריביות נמדדה במעלות צלזיוס. הטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה גבוהה מזו של ריבת השזיפים. בכל דקה ירדה הטמפרטורה של כל אחת מן הריביות באחוז קבוע (כל אחת באחוז שונה). נתון כי לאחר זמן מסוים מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים גבוהה מזו של ריבת התות.

א. האם האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת התות היה גדול מן האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת השזיפים? נמקו את תשובתכם.

נתון שהטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה 45 מעלות, ובכל דקה היא ירדה ב-4%.

ב. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת התות 18 מעלות.

לאחר 6 דקות מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 88% מן הטמפרטורה ההתחלתית שלה.

ג. מצאו בכמה אחוזים ירדה הטמפרטורה של ריבת השזיפים בכל דקה.

לאחר 12 דקות מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 30 מעלות.

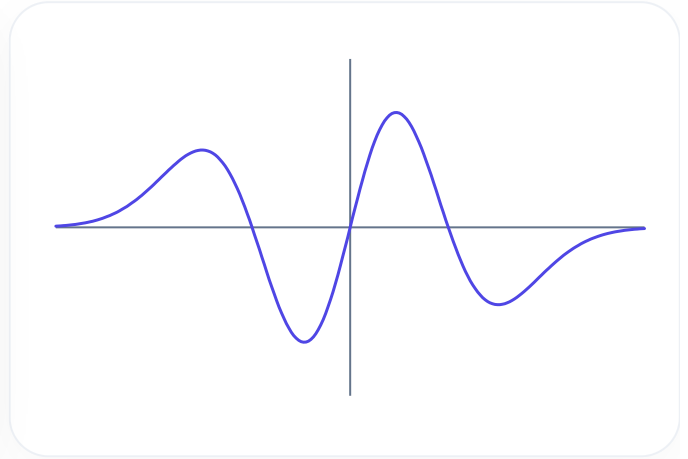
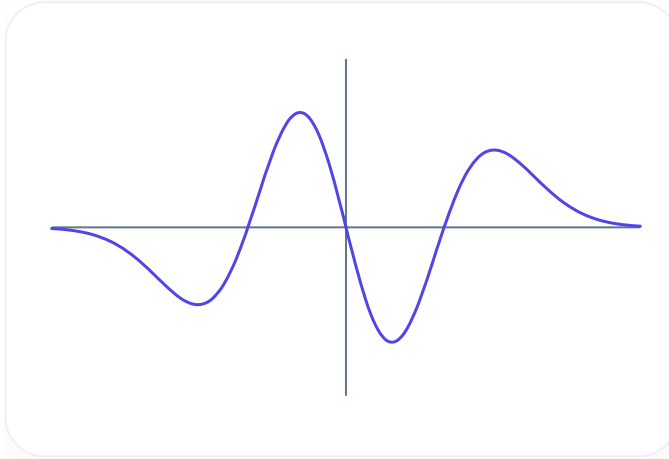
ד. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של שתי הריביות זהה.

שאלה 4 · חקירת פונקציה מעריכית: גרף הנגזרת ושטח מתחתיו

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x . לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום. לפניהם שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. בסרטוט של כל אחד מן הגרפים II-I מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .

גרף II

גרף I



א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = \frac{14x^2}{e^{x^2}+3}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

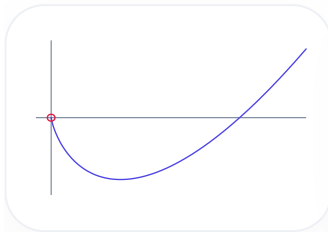
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

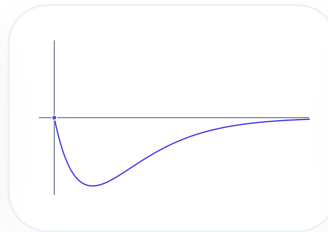
שאלה 5 · חקירת פונקציה לוגריתמית עם פרמטר: זיהוי גרף וטרנספורמציה

נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

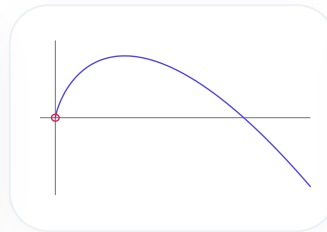
גרף IV



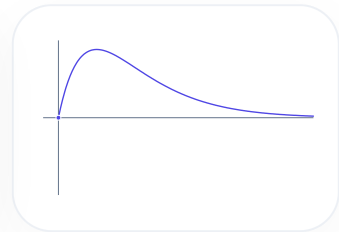
גרף III



גרף II



גרף I



א(1). מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

א(2). מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתון כי בנקודה שבה $x = e^3$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -10 .

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 5$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג(2). קבעו איזה מן הגרפים I-IV מתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה $g(x) = -2f(x) + 45$.

ד(1). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ד(2). האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math