

שאלה 1 · שאלות קצרות: אינדוקציה על n אי-זוגי, הסתברות מותנית, תחומי הגדרה של פונקציות שורש, f' כש- f זוגית

(1)א $a = 3$

(2)א הוכחה באינדוקציה בקפיצות של 2: בסיס $n = 1$, צעד מ- $n = k$ ל- $n = k + 2$.

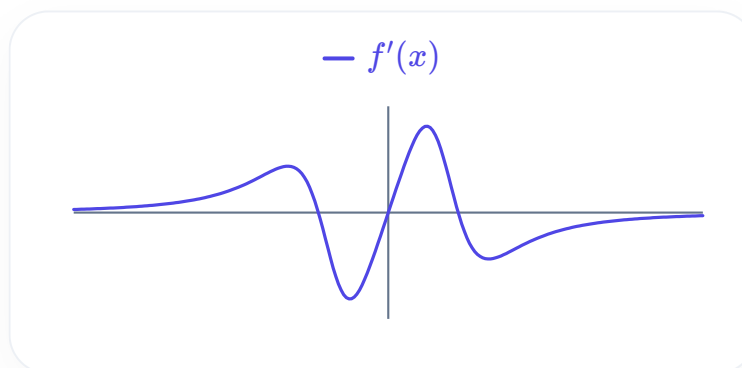
(1)ב $1.75p$ (כלומר $\frac{7p}{4}$)

(2)ב $\frac{2}{7}$

(1)ג $f(x)$: או $x \leq -2$ או $x \geq 2$; $g(x)$: $x > 0$; $h(x)$: $-2 \leq x < 0$ או $x \geq 2$

(2)ג $f(x)$: גרף 5; $g(x)$: גרף 4; $h(x)$: גרף 2

(1)ד גרף אי-זוגי שמתאפס ב- $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$; חיובי ב- $x < -2$ וב- $0 < x < 2$, שלילי ב- $-2 < x < 0$ וב- $x > 2$, ושואף ל-0 כאשר $x \rightarrow \pm\infty$.



(2)ד $(-2, 0)$, $(0, 0)$, $(2, 0)$

(3)ד 42

שאלה 2 · סדרה הנדסית: סדרות של מכפלות איברים, מונוטוניות וסכום אין-סופי עם פרמטר

א $a_2 = -6$ ו $a_2 = 6$

ב $q_B = \frac{1}{9}$

ג(1) $q_C = \frac{1}{81}$

ג(2) $k < 0$

ד $k = -10$

שאלה 3 · הסתברות: משאל בקאנטרי - טבלה עם פרמטר, הסתברות מותנית, איחוד וברנולי

א $\frac{3}{7}$

ב $p = \frac{5}{7}$

ג $\frac{13}{14}$

ד $\frac{88560}{117649} \approx 0.753$

שאלה 4 · מעגל דרך קודקוד המשיק לצלע שמולו: מיתרים שווים, חוצה זווית, דמיון ומרובע בר-חסימה

א הוכחה: $\angle FGH = \angle FHG$

ב(1) 35°

ב(2) הוכחה (ז.ז.): $\angle CHF = \angle CFA$, $\angle HCF = \angle FCA$

ג הוכחה: E , F , B , K על מעגל שקוטרו EB

שאלה 5 · מעגל, משיק וקוטר: משולש שווה-שוקיים EFD , שטח במשפט הסינוסים ומשוואה עם $\tan \alpha$

א הוכחה: $\angle ABD = \alpha$, $\angle BAD = 90^\circ - \alpha$, $\angle DAE = 90^\circ + \alpha$, ומסכום הזוויות במשולש ADE

ב $\angle AFD = 45^\circ + \alpha$

ג $S_{AFD} = \frac{R^2 \sin \alpha \sin 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

ד(1) $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} - 1$

ד(2) $\alpha = 22.5^\circ$

שאלה 6 · חקירת $\frac{12x}{x^2+a}$ עם פרמטר, והשטח בין $\frac{-f'}{f^2}$ לציר ה- x

א(1)	כל x
א(2)	$y = 0$ (אין אסימפטוטות אנכיות)
ב	$\min\left(-\sqrt{a}, -\frac{6}{\sqrt{a}}\right), \max\left(\sqrt{a}, \frac{6}{\sqrt{a}}\right)$
ג	$a = 4$
ד	$f(x) = \frac{12x}{x^2+4}$: יורדת מ- $y = 0$ (מלמטה) עד $\min(-2, -3)$, עולה דרך הראשית עד $\max(2, 3)$, ויורדת ושואפת ל- $y = 0$ מלמעלה; סימטרית סביב הראשית
ה(1)	$x \neq 0$
ה(2)	חיוביות: $x < -2$, $x > 2$; שליליות: $-2 < x < 0$, $0 < x < 2$
ה(3)	$S = \frac{1}{12}$

שאלה 7 · חקירת $\cos^2 x - \sqrt{\cos x}$: קיצון בקצוות, גרף הנגזרת ושטח בעזרת זוגיות

א(1)	$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
א(2)	התחום סימטרי ו- $f(-x) = \cos^2(-x) - \sqrt{\cos(-x)} = f(x)$
א(3)	$(\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$
א(4)	$\max(\frac{\pi}{2}, 0)$, $\min(1.16, -0.47)$, $\max(0, 0)$, $\min(-1.16, -0.47)$, $\max(-\frac{\pi}{2}, 0)$
ב	גרף בצורת W בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$: מ- $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ יורד ל- $(-1.16, -0.47)$, עולה ל- $(0, 0)$, יורד ל- $(1.16, -0.47)$ ועולה ל- $(\frac{\pi}{2}, 0)$; בקצוות המשיק אנכי
ג	תחומי חיוביות: אין; תחומי שליליות: $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ או $0 < x < \frac{\pi}{2}$
ד	גרף
ה	$k = \frac{6S}{\pi}$

שאלה 8 · חקירת $\frac{16x}{x^2+3}$, מכפלת קטעים אנכיים שמקסימלית בנקודת הפיתול, והזזה ומתיחה

	(1)א $\min \left(-\sqrt{3}, -\frac{8\sqrt{3}}{3} \right) , \max \left(\sqrt{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3} \right)$
	(2)א $(-3, -4) , (3, 4) , (0, 0)$
	(3)א g : אי-זוגית, עוברת בראשית, מקסימום $\left(\sqrt{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3} \right)$, מינימום $\left(-\sqrt{3}, -\frac{8\sqrt{3}}{3} \right)$, אסימפטוטה f ; $y = 0$: עולה מהראשית
	ב $AC \cdot BC = \frac{16t\sqrt{t}}{t^2+3}$
	ג המקסימום ב- $t = 3$, ו- $B(3, 4)$ היא נקודת פיתול
	ד $\max (4, \sqrt{3})$

כל הבגרויות במתמטיקה עם פתרונות מלאים: www.guyai.co.il/bagrut/math