

מתכונת בגרות - שאלון 571

מבית GOOL בגריות ו-GuyAI

תלמידים ומורים יקרים,

לפניכם מתכונת שנבנתה בדיוק כמו בחינת הבגרות שמחכה לכם: אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

מתכונת ברמת בגרות. זו הבגרות כמו שהיא - לא קלה יותר ולא קשה יותר. היא מתאימה לחזרה הסופית בשבועות שלפני הבחינה, וזה הכלי הכי מדויק לבדוק אם התלמידים באמת מוכנים. מי שמסיים אותה בזמן ובציון טוב - מגיע לבגרות רגוע.

איך היא נולדה?

צוותי המורים של GOOL בגריות ו-GuyAI חיברו כוחות עם כלי הבינה המלאכותית המתקדמים ביותר שיש היום. ניתחנו כל בחינת בגרות בשאלון 571 מהשנים האחרונות: איזה פרק מופיע באיזו שאלה, איך בנויים הסעיפים ואיפה תלמידים נופלים. על הבסיס הזה בנינו מתכונת שנראית, מרגישה ונבחנת בדיוק כמו הבגרות האמיתית - אותו מבנה, אותם פרקים, אותה רמה ואותו ניקוד.

איך היא נבדקה?

כל שאלה עברה בדיקה עיוורת: פותר נוסף, שלא ראה את התשובות, פתר אותה מאפס. שאלה נכנסה למתכונת רק אם התשובה שלו זהה לשלנו, האירור תואם את הנתונים והרמה מתאימה - ובנוסף צוות המורים של GOOL בגריות עובר על המתכונות.

איך להפיק ממנה את המקסימום?

שבו לפתור בתנאי אמת - שעון מול העיניים, בלי ספר ובלי טלפון. פתרו לפי הוראות הבחירה שבראש השאלות, בדיוק כמו בבגרות: חמש שאלות מתוך שמונה. בחרו מראש על אילו שאלות תענו - גם הבחירה היא חלק מהאימון. בסוף בדקו את עצמכם מול דף התשובות הסופיות, ובכל סעיף שבו טעיתם פתחו את הפתרון המלא: שם מוסבר כל צעד, וגם הטעות הנפוצה שכדאי להיזהר ממנה.

טיפ למורים: כיתה הטרונגית? אפשר לתת את אותו מבנה בשלוש רמות - "בדרך לבגרות" למי שמתחזק, "ברמת בגרות" לרוב הכיתה ו"מעל רמת בגרות" לחזקים. כולם מתאמנים על אותם פרקים, כל אחד ברמה שמקדמת אותו.

לעוד מתכונות, לכל בחינות הבגרות מהשנים הקודמות ולפתרונות מלאים: www.guyai.co.il
בהצלחה בבגרות!

צוותי GOOL בגריות ו-GuyAI

סוג הבחינה: בחינת מתכונת
מועד הבחינה: מתכונת 11, ברמת בגרות
מספר השאלון: 035571
שם התלמיד/ה: _____

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א.

משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב.

מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון - שאלות קצרות

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

פרק שלישי - גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג.

חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

(2) דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד.

ד.

הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 22 נקודות).

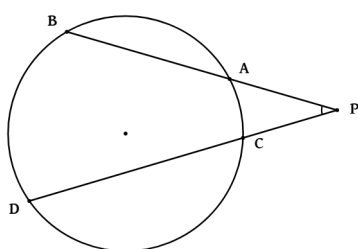
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות

בפרק זה שאלה 1. אפשר לבחור בה כאחת מחמש השאלות שעליכם לענות עליהן.

- 1.** ענו על שניים מארבעת הסעיפים א-ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. הסרטוט לסעיף א:



שני ישרים יוצאים מהנקודה P שמחוץ למעגל. הישר הראשון חותך את המעגל בנקודות A ו- B , והישר השני חותך אותו בנקודות C ו- D (A בין P ל- B , C בין P ל- D). הראו כי הזווית בין הישרים שווה למחצית ההפרש בין שתי הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית. כלומר יש להראות:

$$\angle BPD = \frac{BD - AC}{2}$$

- ב.** לפניכם שתי טענות, ורק אחת מהן נכונה לכל n טבעי. קבעו איזו מהטענות נכונה. הוכיחו את הטענה הנכונה לכל n טבעי באינדוקציה (או בדרך אחרת).

$$\text{I. } \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{n+2}$$

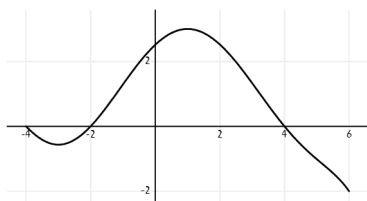
$$\text{II. } \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

- ג.** קבעו אם הטענות הבאות נכונות. נמקו.

I. הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}}$ זהה לפונקציה $h(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-1}}$.

II. הפונקציה $f(x) = (x+3)\sqrt{x+3}$ זהה לפונקציה $h(x) = \sqrt{(x+3)^3}$.

- ד.** נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \leq x \leq 6$, ונתונה הפונקציה $h(a) = \int_3^a f(x) dx$ עבור $a < 3$.



- (1) קבעו באיזה תחום הפונקציה $h(a)$ עולה. נמקו.
 (2) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה ואת תחומי הקעירות כלפי מטה של הפונקציה $h(a)$. נמקו.

פרק שני - אינדוקצייה, סדרות והסתברות

בפרק זה השאלות 2-3. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

2. סדרה I היא סדרה הנדסית אין-סופית שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \dots$ ומנתה היא: $4 \cdot r^2$. נתון: $0 < r < \frac{1}{2}$. בין כל שני איברים בסדרה I הכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה שסימני איבריה מתחלפים, סדרה II, שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \dots$ ומנתה היא q .
- א. (1) הביעו את q באמצעות r .
- ב. (2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות.
- ג. נתון כי סכום סדרה II שווה למחצית מסכום סדרה I. חשבו את q .
- ג. נתון כי סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה II הוא 12. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-3 ($b_3, b_6, b_9, \dots$).
- ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר הרביעי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה.
- ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת, היחס בין סכום כל האיברים שאחרי איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים מאיבר זה והלאה (כולל האיבר עצמו) שווה למנת הסדרה.
3. חברת אינטרנט נותנת שירות ללקוחות שגרים בירושלים או בנתניה בלבד. החברה ערכה סקר בקרב הלקוחות ושאלה אותם אם הם מרוצים מהשירות. כל הלקוחות השתתפו בסקר וכל אחד מהם ענה כן או לא. מספר הלקוחות גדול מאוד. מתוצאות הסקר עולה כי ההסתברות לבחור באקראי לקוח מרוצה מבין הלקוחות שגרים בירושלים היא $\frac{3}{4}$, וההסתברות לבחור באקראי לקוח שגר בירושלים מבין הלקוחות המרוצים היא $\frac{3}{5}$.
- נסמן ב- p את ההסתברות שלקוח שנבחר באקראי מבין כל הלקוחות גר בירושלים. בחרים באקראי אחד מן הלקוחות.
- א. הביעו באמצעות p את ההסתברות שהלקוח שנבחר גר בנתניה ומרוצה מהשירות.
- ב. נתון כי מספר הלקוחות שגרים בנתניה ואינם מרוצים גדול פי 2 ממספר הלקוחות שגרים בנתניה ומרוצים.
- כמה אחוזים מן הלקוחות מרוצים מהשירות?
- ג. מבין הלקוחות שאינם מרוצים, בחרים באקראי שני לקוחות. מהי ההסתברות שהראשון שנבחר גר בנתניה והשני שנבחר גר בירושלים?
- ד. לאחר הסקר התקשרו לשירות הלקוחות 6 לקוחות שאינם מרוצים. מהי ההסתברות שלכל היותר 4 מהם גרים בנתניה?

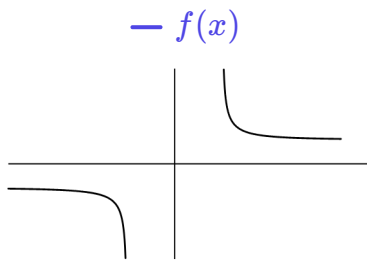
פרק רביעי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

בפרק זה השאלות 6-8. בחרו מהן שאלות כרצונכם - בסך הכול חמש שאלות מכל השאלון.

6. נתונה הפונקציה: $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.

א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ ב- $x = -2.5$.

ב. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה:



$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

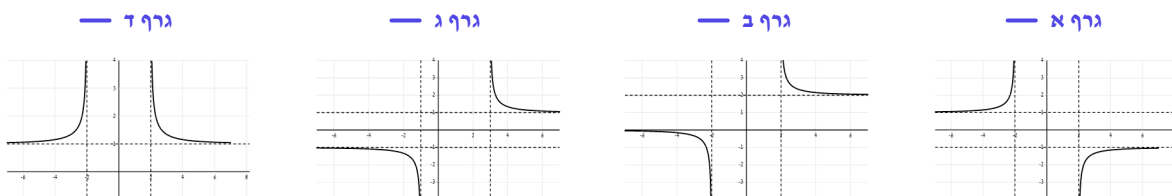
רשמו את המשוואות של האסימפטוטות המקבילות לצירים, אם קיימות.

ג. לגרף הפונקציה $f(x)$ העבירו ברביע הראשון משיק ששיפועו $-\frac{1}{2}$.

חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק הנ"ל והישר $x = 4$.

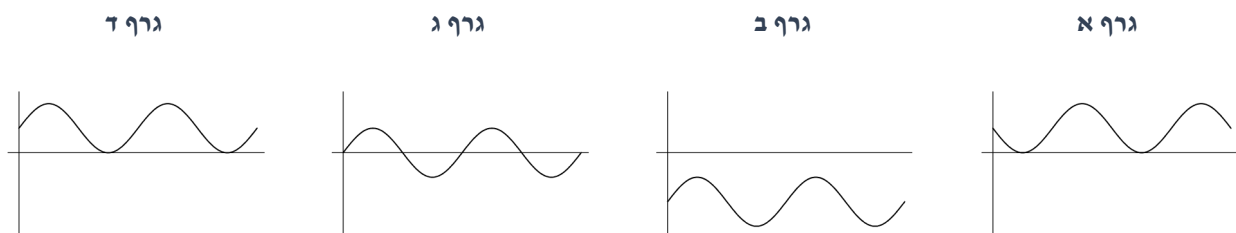
רשמו את תשובתכם באמצעות שורשים או בהצגה עשרונית עם שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. היעזרו בפונקציה הנתונה ובסרטוט הגרף שלה, ורשמו הצגה אלגברית אפשרית לכל אחת מהפונקציות המתאימות לארבעת הגרפים א, ב, ג, ד שלפניכם. נמקו.



7. נתונות הפונקציות: $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$, $g(x) = 2 \sin x \cos x - 2$.

להלן ארבעה גרפים:



א. מצאו לכל אחת מהפונקציות את הגרף המתאים מבין ארבעת הגרפים, ונמקו.

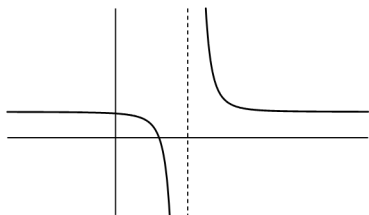
ב. הוכיחו: $g(x) = f(x) + c$. מה ערכו של c ?

ג. בכמה גדול $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ מ- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx$? נמקו. (אין חובה לחשב במפורש את שני האינטגרלים.)

ד. חשבו את נפח גוף הסיבוב שנוצר מסיבוב סביב ציר ה- x של גרף הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה

$f(x) = \frac{a}{(x-2)^3} + 2$. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq 2$. a הוא פרמטר חיובי.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, ושיעור ה- x שלה הוא 3. דרך הנקודה C העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

הביעו באמצעות a את משוואת המשיק.

ג. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת הישר $x = 2$ בנקודה B . D היא נקודה ששיעוריה הם $(2, 0)$.

הביעו באמצעות a את שטח המשולש ADB .

ד. מצאו את הערך של a שבעבורו שטח המשולש ADB הוא מינימלי.

עוד מתכונות, בגרונות ופתרונות מלאים: www.guyai.co.il